



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia de Energia**

**CONTROLE DE TENSÃO NO PROBLEMA DO FLUXO  
DE POTÊNCIA VIA INJEÇÕES DE CORRENTE**

**Autor: Mário Roberto Mendes  
Orientador: Prof. Dr. Flávio H. Justiniano R. da Silva**

**Brasília, DF  
2016**



**MÁRIO ROBERTO MENDES**

**CONTROLE DE TENSÃO NO PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA VIA  
INJEÇÕES DE CORRENTE**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: Professor Dr. Flávio Henrique Justiniano Ribeiro da Silva

**Brasília, DF  
2016**

## **CIP – Catalogação Internacional da Publicação\***

Mendes, Mário Roberto

Controle de tensão no problema do fluxo de potência via injeções de corrente / Mário Roberto Mendes. Brasília: UnB, 2016. 42 p. : il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2015. Orientação: Flávio Henrique Justiniano Ribeiro da Silva.

1. Fluxo de carga. 2. Sistema de Potência. 3. Newton-Raphson. 4. Injeção de Corrente. I. Silva, Flávio Henrique Justiniano Ribeiro da. II. Prof. Dr.

CDU Classificação



## **CONTROLE DE TENSÃO NO PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA VIA INJEÇÕES DE CORRENTE**

**Mário Roberto Mendes**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em (data da aprovação dd/mm/aa) apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. Dr. Flávio Henrique J. R. da Silva, UnB/ FGA**  
Orientador

---

**Prof. (Titulação): Nome do Professor, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. (Titulação): Nome do Professor, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2016

Esse trabalho é dedicado aos que sonham em contribuir com um mundo melhor através da engenharia.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar a Deus por me oferecer a oportunidade de chegar até esse momento de minha vida.

Agradeço em sequência a todos os meus familiares, que de uma forma ou outra, contribuíram para a minha caminhada durante esse período de universidade.

Um agradecimento especial aos meus pais que nunca mediram esforços para que eu pudesse chegar até esse momento, me dando educação, auxílio, ensinamentos e se colocando a frente de qualquer obstáculo para que eu pudesse me tornar uma pessoa melhor para o mundo.

Agradeço também a minha namorada, amiga, companheira, Anna Isabel, por todos os momentos nos quais me deu força para superar os obstáculos. Quando eu caía, sempre pude contar com seu ombro amigo e suas palavras de incentivo para seguir em frente. Por nunca ter me deixado desistir em nenhum momento.

Agradeço as crianças de minha família, Alice, Laís, Lucca e Victor, que me fazem acreditar a cada dia que a inocência e a alegria no olhar de uma criança é algo pelo qual vale a pena lutar.

Um agradecimento a família Matriz que me acolheu como um de seus membros me fazendo ter mais forças e mais confianças para cada dia acreditar mais no meu potencial.

Um último agradecimento, mas não menos importante, ao meu orientador Prof. Flávio, por não ser um mero professor e sim um educador que busca a todo momento o aprendizado e a compreensão dos ensinamentos passados aos seus alunos. Por me fornecer todo o material necessário para que este trabalho pudesse ser concluído.

O futuro dependerá daquilo que fazemos no presente. Mahatma Gandhi.

## RESUMO

O sistema de energia elétrica é fundamental para a sociedade moderna e com ele surge a necessidade do desenvolvimento e controle do mesmo para que a energia elétrica consiga sempre ser transmitida com qualidade. O fluxo de carga então tem um papel essencial nesse sistema, de modo que a partir dele é possível efetuar todo o controle de injeções de potência existentes. O presente trabalho busca modelar e simular o fluxo de potência e controlar a tensão presente neste fluxo através do mecanismo de injeção de correntes. Foi realizada a revisão bibliográfica do método tradicional de controle de tensão no fluxo de potência para que posteriormente possa ser executada a metodologia de injeção de correntes. Obteve-se então um conjunto de equações e inequações necessárias e foi estudado o algoritmo desenvolvido para efetuar tal controle. Foi utilizado o software *Matlab*<sup>®</sup> para a execução numérica deste algoritmo através do método iterativo de Newton-Raphson. Foi feita a validação do código para a resolução de um sistema com um número determinado de barras, utilizando-se referências bibliográficas, de modo que os resultados pudessem ser validados de acordo com o obtido no software. Será avaliada posteriormente a validação desta metodologia clássica com o método que utiliza as injeções de correntes para o controle do fluxo.

**Palavras-chave:** Fluxo de carga, Sistema de Potência, Newton-Raphson, Injeção de Corrente.



## ABSTRACT

The electric system of energy is basic for the modern society and with it appears the necessity of the development and control of the same so that the electric energy always obtains to be transmitted with quality. The load flow then has an essential paper in this system, in way that from it is possible to all effect the control of existing injections of power. The present work searches shape and to simulate the power flow and to control the present tension in this flow through the mechanism of chain injection. The bibliographical revision of the traditional method of control of tension in the power flow was carried through so that later the methodology of chain injection can be executed. One got then a set of equations and necessary inequalities and was studied the developed algorithm to effect such control. *Matlab*<sup>®</sup> software was used for the numerical execution of this algorithm through the iterative method of Newton-Raphson. The validation of the code for the resolution of a system with a definitive number of bars was made, using itself bibliographical references, in way that the results could in accordance with be validated the gotten one in software. The validation of this classic methodology will be evaluated later with the method that uses the chain injections for the control of the flow.

**Keywords:** Load flow, Power System, Newton-Raphson, Injection current.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Convenção de sinais adotada. ....	17
Figura 2: modelo equivalente $\pi$ para uma linha de transmissão. ....	19
Figura 3: Modelo de transformadores. ....	20
Figura 4: Transformador em fase. ....	20
Figura 5: Circuito de modelo equivalente $\pi$ para transformadores em fase. ....	21
Figura 6: Transformador defasador puro. ....	22

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tipos de barras do sistema. ....	16
Tabela 2: Equipamentos e fator relevante para a expressão geral. ....	24
Tabela 3: Valores típicos de $Y_{km}$ de acordo com os elementos existentes. ....	25
Tabela 4: Dados da matriz LINHA para o problema teste. ....	31
Tabela 5: Dados da matriz BARRA para o problema teste. ....	32
Tabela 6: Matriz de condutância para o problema teste. ....	32
Tabela 7: Matriz de susceptância para o problema teste. ....	32
Tabela 8: Matriz Ybarra para problema teste. ....	33

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO.....	13
1.2. JUSTIFICATIVA.....	14
1.3. OBJETIVOS.....	14
1.3.1. <b>Objetivo geral</b> .....	14
1.3.2. <b>Objetivos específicos</b> .....	14
1.4. ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO.....	15
<b>2. MODELAGEM DO FLUXO DE CARGA</b> .....	<b>16</b>
2.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO FLUXO DE POTÊNCIA .....	16
2.2. MODELAGEM DE LINHA DE TRANSMISSÃO ATIVA .....	18
2.3. MODELAGEM DE TRANSFORMADORES .....	19
2.3.1. <b>Transformadores de fase</b> .....	20
2.3.2. <b>Transformadores defasadores</b> .....	22
2.4. EXPRESSÕES GERAIS PARA O FLUXO DE CARGA .....	23
2.5. FORMULAÇÃO MATRICIAL.....	24
<b>3. FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL</b> .....	<b>27</b>
3.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....	27
3.1.1. <b>Subsistema 1 (um)</b> .....	27
3.1.2. <b>Subsistema 2 (dois)</b> .....	28
3.2. SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO DE NEWTON- RAPHSON .....	29
<b>4. METODOLOGIA E RESULTADOS</b> .....	<b>31</b>
4.1. METODOLOGIA .....	31
4.1.1. <b>Problema com 3 (três) barras</b> .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
4.1.2. <b>Problema com 5 (cinco) barras</b> .....	31
4.2. RESULTADOS.....	32
4.2.1. <b>Resultados do problema com 3 (três) barras</b> .....	32
4.2.2. <b>Resultados do problema com 5 (cinco) barras</b> ....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
<b>5. CONCLUSÕES PARCIAIS</b> .....	<b>35</b>
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>36</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>37</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentada a contextualização do tema abordado, a justificativa para tal assunto, os objetivos almejados com o trabalho, bem como a organização do documento em questão.

### 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO

A energia elétrica é a forma mais comum de utilização de energia em geral. Esta forma de energia nos dias atuais é necessária em situações nas quais muitas vezes o seu uso não é notado, por se tratar de uma situação simples, mas extremamente importante no dia-a-dia dos seres humanos.

Essa forma de energia fornece as pessoas desde maiores facilidades no trabalho, automatização dos processos industriais, até mesmo a prática de lazer para diversas pessoas. Dessa forma, desde a utilização da energia elétrica em um sistema, em meados de 1882 por Thomas Edison nos Estados Unidos, o desenvolvimento do sistema de transmissão de energia elétrica, bem como todos os equipamentos interligados a esse sistema vem passando por constante desenvolvimento na sociedade. (Saadat, 2010)

O fluxo de carga ou fluxo de potência visa estudar os sistemas de potência em uma condição permanente de regime. Essa ferramenta permite analisar sistema de pequeno ou grande porte, desde que aplicadas as suas equações da maneira adequada para o sistema. (Saadat, 2010)

A avaliação do fluxo de potência tem como principal objetivo a determinação dos fluxos e tensões nas barras de uma rede de transmissão de energia elétrica. Quando o sistema possui modelagem dita estática, este será representado por um conjunto de equações e inequações algébricas, já no caso onde os transitórios do sistema não são ignorados, será considerada uma modelagem dinâmica, de modo que, além das equações algébricas, serão acrescentadas as equações diferenciais necessárias. O problema associado ao fluxo de carga tem a sua solução alcançada, geralmente, com a utilização de mecanismos computacionais para a resolução do sistema de equações e inequações associado ao modelo estático da rede. (Saadat, 2010)

A Primeira Lei de Kirchhoff é empregada para o alcance das equações fundamentais relacionadas ao fluxo de potência, onde há a conservação das

potências ativa e reativa nas barras do sistema, ou seja, a potência líquida que é inserida em uma barra deve ser igual ao somatório de potências que percorre os demais componentes desta barra. Por sua vez a Segunda Lei de Kirchhoff exhibe os fluxos de carga nos ramos como função das tensões terminais dos mesmos. (Monticelli, 1983)

A forma abordada nesse trabalho para resolução de tal problema se utilizará da programação linear no software *Matlab*<sup>®</sup>, sendo utilizada como ferramenta matemática o método iterativo de Newton-Raphson. Serão resolvidas as equações associadas ao fluxo de carga de modo que sejam possíveis se obter repostas acerca dos parâmetros pesquisados no problema.

## 1.2. JUSTIFICATIVA

Devido à grande necessidade de desenvolvimento e aperfeiçoamento na área de sistemas de potência, com o intuito de adequar as novas tecnologias e desenvolver mecanismos para que o sistema de transmissão de energia elétrica seja mais confiável e com maior capacidade de utilização, este trabalho se justifica na tentativa de contribuir com uma melhor metodologia para a transmissão de energia elétrica.

## 1.3. OBJETIVOS

Nesta seção serão abordados o objetivo geral e os objetivos específicos deste Trabalho de Conclusão de Curso 1.

### 1.3.1. **Objetivo geral**

Este trabalho tem por objetivo efetuar a solução numérica do fluxo de carga pelo método tradicional, proporcionando posteriormente a possibilidade da comparação deste método com a metodologia de injeção de correntes.

### 1.3.2. **Objetivos específicos**

- Desenvolver a pesquisa bibliográfica e o levantamento das equações necessárias para a solução do problema do fluxo de carga
- Desenvolver um algoritmo utilizando o software *Matlab*<sup>®</sup> capaz de solucionar sistemas elétricos de potência;
- Obter resultados utilizando a metodologia clássica do fluxo de potência para posterior comparação com o método de injeção de correntes.

#### 1.4. ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

O documento em questão será dividido em 7 capítulos, sendo eles:

- **Introdução:** Destinado a contextualizar o tema abordado, apresentar a sua justificativa e os seus objetivos;
- **Modelagem do fluxo de carga:** Destinado a apresentar a modelagem do problema do fluxo de carga, apresentado os seus principais conceitos e equações;
- **Fluxo de potência convencional:** Destinado a mostrar o fluxo de potência, as suas equações e a sua forma de resolução pelo método de Newton-Raphson;
- **Metodologia e Resultados:** Destinado a apresentar a metodologia utilizada e os resultados obtidos no software utilizado;
- **Conclusões parciais:** Destinado a apresentar as conclusões obtidas para o Trabalho de Conclusão de Curso 1;
- **Próximas atividades:** Destinado a apresentar um resumo das atividades a serem desenvolvidas para o Trabalho de Conclusão de Curso 2;
- **Referências bibliográficas:** Destinado a apresentaras referências utilizadas como base para a confecção deste trabalho.

## 2. MODELAGEM DO FLUXO DE CARGA

O objetivo deste capítulo é apresentar a modelagem do sistema elétrico, analisando as linhas de transmissão, os transformadores e os fluxos de potência ativa e reativa associados a esse sistema.

### 2.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO FLUXO DE POTÊNCIA

A partir de um conjunto de equações e inequações não lineares, é possível descrever o problema do fluxo de carga, considerando desta forma as leis de Kirchhoff associadas e também as restrições de operação da rede elétrica (Monticelli, 1983). Para que seja possível chegar ao sistema algébrico necessário para solucionar o fluxo de potência é preciso conhecer alguns parâmetros considerados para o problema.

A formulação básica do problema é descrita por quatro variáveis, onde duas delas serão conhecidas e as outras duas são incógnitas da rede, sendo  $P_k$  a potência ativa líquida e  $Q_k$  a potência reativa líquida, ambas injetadas na barra  $k$ , o valor  $V_k$  é a magnitude da tensão e  $\theta_k$  o ângulo da tensão na barra  $k$  (Monticelli, 1983).

Deste modo,  $PQ$ ,  $PV$  e  $V\theta$  representam três tipos de barras possíveis do sistema, sendo  $PQ$  a barra de carga,  $PV$  a barra de geração (levando em consideração os compensadores síncronos) e  $V\theta$  por sua vez é a barra de referência, responsável pela representação da referência angular e do fechamento do balanço de potência do sistema, considerando desta forma as perdas da transmissão, conhecidas após a solução do problema (Monticelli, 1983). O quadro 1 (um) apresenta os tipos de barras, mostrando as variáveis que serão dados e as calculadas no problema. (Borges, 2005)

Tabela 1: Tipos de barras do sistema.

<b>Barra</b>	<b>Dados</b>	<b>Calculados</b>
PQ	$P_k$ e $Q_k$	$V_k$ e $\theta_k$
PV	$P_k$ e $V_k$	$Q_k$ e $\theta_k$
V $\theta$	$V_k$ e $\theta_k$	$P_k$ e $Q_k$

Essas barras representam na formulação básica os três tipos mais importantes e frequentes do sistema, existindo outros tipos de barras em situações particulares. Para se obter as potências ativa e reativa do sistema, é aplicado a Primeira Lei de Kirchhoff ao problema do fluxo de potência, obtendo as seguintes equações algébricas: (Monticelli, 1983)



$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (1)$$

$$Q_k + Q_k^{sh} V_k = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2)$$

Sendo  $P_k$  o fluxo de potência ativa,  $Q_k$  o fluxo de potência reativa,  $\Omega_k$  representa o conjunto de barras vizinhas a barra  $k$ ,  $V_k$  e  $V_m$  representam as magnitudes das tensões terminais nos respectivos ramos,  $\theta_k$  e  $\theta_m$  representam os ângulos das tensões das barras nos respectivos ramos,  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa nos ramos  $k-m$  e  $Q_k^{sh}$  representa a injeção de potência reativa devido ao elemento shunt da barra  $k$ , onde  $Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2$ , sendo  $b_k^{sh}$  a susceptância shunt conectada à barra.

Segundo Monticelli (1983), as equações 1 e 2 possuem uma convenção de sinais dada de forma que as injeções líquidas de potência são consideradas positivas quando entram na barra, indicando geração, e negativas quando saem da barra, indicando carga. Para a injeção de correntes e para os elementos shunt das barras são adotadas a mesma convenção de sinais supracitada para as correntes. A figura a seguir apresenta um exemplo visual da convenção de sinais adotada.

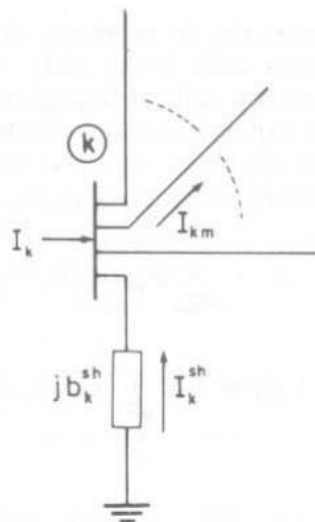


Figura 1: Convenção de sinais adotada.

A solução do problema é dada também por um grupo de inequações dado em partes, pelas restrições nas inserções de potência reativa e nas magnitudes das potências nodais nas barras  $PV$  e  $PQ$ , respectivamente. (Monticelli, 1983)

## 2.2. MODELAGEM DE LINHA DE TRANSMISSÃO ATIVA

Linhas de transmissão são os equipamentos utilizados para o transporte da energia elétrica de um ponto a outro do sistema. Esses equipamentos são de suma importância devido ao fato de que uma falha ou uma perda significativa neste equipamento pode acarretar em grande prejuízo para os interessados na rede elétrica como um todo, sejam estes consumidores, distribuidores, transmissores ou geradores da energia elétrica.

Essas linhas possuem um modelo equivalente, chamado de  $\pi$ , onde este modelo pode ser definido por três parâmetros,  $r_{km}$ ,  $x_{km}$  e  $b_k^{sh}$ , que representam respectivamente, a resistência série, a reatância série e a susceptância *shunt*. (Monticelli, 1983)

A impedância  $z_{km}$  do elemento série é dada pela soma da resistência e reatância, da seguinte maneira: (Monticelli, 1983)

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (3)$$

Por sua vez, a admitância série dada pelo inverso da impedância (Monticelli, 1983):

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = z_{km}^{-1} \quad (4)$$

Onde,  $g_{km}$  e  $b_{km}$  representam a condutância e a susceptância, respectivamente:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (5)$$

$$b_{km} = -j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (6)$$

Desta maneira é possível dizer que quando os termos de resistência e reatância série ( $r_{km}$  e  $x_{km}$ , respectivamente) são positivos, o termo de condutância ( $g_{km}$ ) é positivo, indicando uma condutância capacitiva, e o termo de susceptância ( $b_{km}$ ) é negativo, o que indica uma susceptância indutiva. Nos casos onde os valores de  $b_{km}$  são negativos, o *shunt* é considerado capacitivo. (Monticelli, 1983)

Neste modelo equivalente,  $E_k$  e  $E_m$  representam as tensões terminais das respectivas barras  $k$  e  $m$ , sendo essas grandezas dadas pelas seguintes formulações, respectivamente: (Monticelli, 1983)

$$E_k = V_k e^{j\theta_k} \quad (7)$$

$$E_m = V_m e^{j\theta_m} \quad (8)$$

Conhecendo a formulação para as tensões terminais das barras e sabendo que a corrente  $I_{km}$  é dada pela soma entre uma componente em série e uma componente *shunt*, pode-se obter a equação a seguir (Monticelli, 1983):

$$I_{km} = y_{km}(E_k - E_m) + j b_{km}^{sh} E_k \quad (9)$$

O modelo equivalente  $\pi$  para uma linha de transmissão, pode ser representado conforme a Fig. (2), colocando-se nessa representação uma corrente  $I_{km}$  e uma impedância  $Z_{km}$ . (Monticelli, 1983)

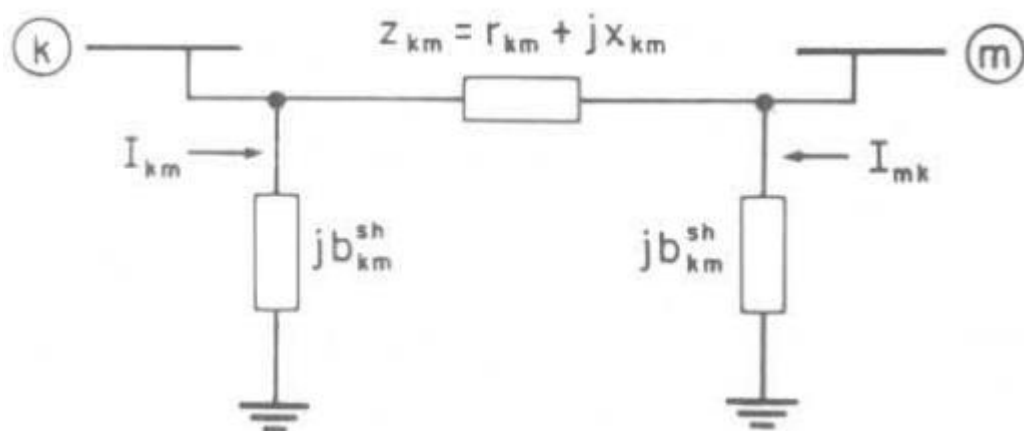


Figura 2: modelo equivalente  $\pi$  para uma linha de transmissão.

### 2.3. MODELAGEM DE TRANSFORMADORES

Transformadores são dispositivos com a capacidade de transformar a tensão ou a corrente elétrica através dos dispositivos que envolvem este equipamento. A necessidade deste ao sistema se dá na facilidade da transformação de uma quantidade maior ou menor de tensão (ou corrente) para uma quantidade diferente, fazendo com que o sistema possa operar com diversas magnitudes das grandezas supracitadas.

Segundo Monticelli (1983), a modelagem de um transformador, seja ele em fase ou defasador, incide sobre a junção de um autotransformador ideal (relação de transformação de  $1:t$ ) e uma admitância série  $y_{km}$ . O número  $t$  expresso na relação de transformação, é representado por um número real ( $t = a$ ) para um transformador em fase e um número complexo ( $t = ae^{j\varphi}$ ) para o caso defasador.

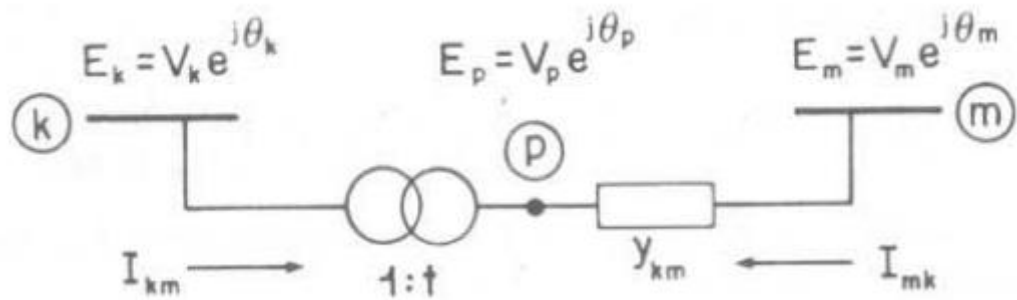


Figura 3: Modelo de transformadores.

### 2.3.1. Transformadores de fase

Para esse tipo de transformador, a relação existente entre as magnitudes das tensões dos nós terminais  $V_k$  e  $V_p$  para um transformador ideal, é a mesma para as magnitudes das tensões complexas  $E_k$  e  $E_p$ , uma vez que os ângulos  $\theta_k$  e  $\theta_p$  são iguais. Desta forma, temos as equações para as relações entre as magnitudes das tensões dos nós terminais reais e complexas dadas, respectivamente, por: (Monticelli, 1983)

$$\frac{V_p}{V_k} = a \quad (10)$$

$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p e^{j\theta_p}}{V_k e^{j\theta_k}} = a \quad (11)$$

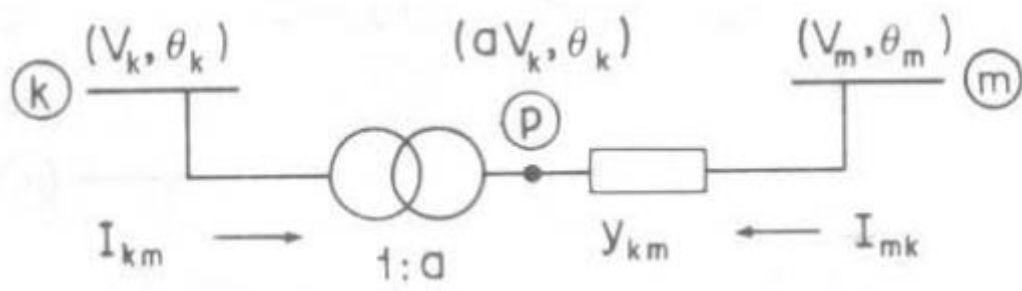


Figura 4: Transformador em fase.

O transformador  $k - p$  é considerado um transformador ideal, de modo que, para um equipamento desse tipo, as potências complexas existentes na entrada e na saída são iguais, fazendo com que dessa maneira não exista dissipação de potência entre esses pontos, seja essa potência ativa ou reativa. Isso significa que: (Monticelli, 1983)

$$E_k I_{km}^* + E_p I_{mk}^* = 0 \quad (12)$$

Utilizando como base as equações 11 e 12, é possível se obter a relação que envolve as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$ , sendo ela: (Monticelli, 1983)

$$\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -\frac{|I_{km}|}{|I_{mk}|} = -a \quad (13)$$

A partir dessa relação é possível observar que o transformador em fase pode ser representado como em um circuito de modelo equivalente  $\pi$ , observando o fato de que as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  estão defasadas em  $180^\circ$ , de modo que a razão entre as magnitudes dessa corrente possua uma razão de  $a: 1$ . A figura subsequente mostra a representação do transformador em fase em um circuito de modelo equivalente  $\pi$ . (Monticelli, 1983)

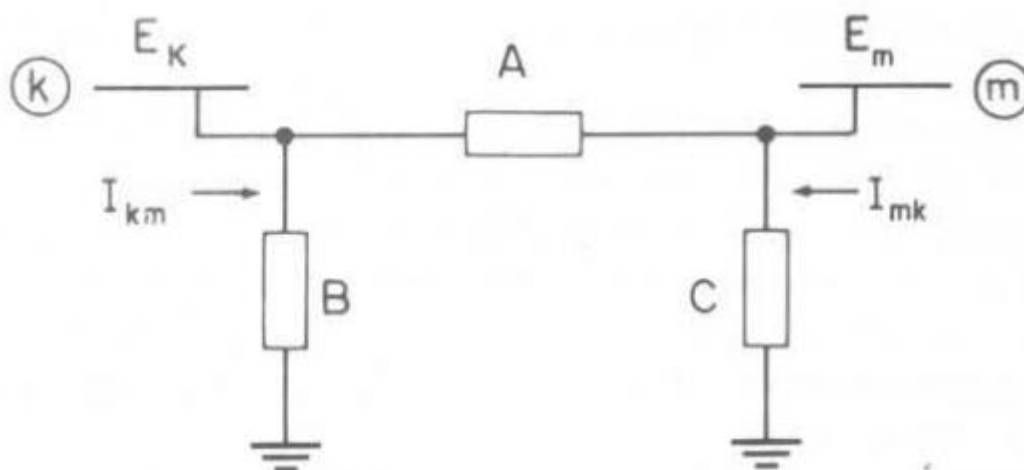


Figura 5: Circuito de modelo equivalente  $\pi$  para transformadores em fase.

As letras  $A$ ,  $B$  e  $C$  apresentadas na figura acima representam as admitâncias do circuito equivalente. Essas grandezas são dependentes das correntes  $I_{mk}$  e  $I_{km}$ , de modo que com base na Fig. (4), é possível se obter as seguintes equações: (Monticelli, 1983)

$$I_{km} = -ay_{km}(E_m - E_p) = (a^2y_{km})E_k + (-ay_{km})E_m \quad (14)$$

$$I_{mk} = y_{km}(E_m - E_p) = (-ay_{km})E_k + (y_{km})E_m \quad (15)$$

Utilizando como base a Fig. (5), é possível obter as seguintes equações: (Monticelli, 1983)

$$I_{km} = (A + B)E_k + (-A)E_m \quad (16)$$

$$I_{mk} = (-A)E_k + (A + C)E_m \quad (17)$$

Onde, a partir da identificação das variáveis  $E_k$  e  $E_m$  nas equações 14, 15, 16 e 17, temos que: (Monticelli, 1983)

$$A = ay_{km} \quad (18)$$

$$B = a(a - 1)y_{km} \quad (19)$$

$$C = (1 - a)y_{km} \quad (20)$$

Utilizando os parâmetros das admitâncias  $A$ ,  $B$  e  $C$  como apoio, é possível se obter uma análise sobre o efeito da relação de transformação em um transformador em fase. (Monticelli, 1983)

### 2.3.2. Transformadores defasadores

No caso de um fluxo de potência ativa, o transformador defasador pode atuar como um controlador desse fluxo onde este está inserido. Isso se deve ao fato de que esse tipo de equipamento é capaz de adicionar entre os nós  $k$  e  $p$  uma defasagem capaz de afetar o fluxo de potência ativa. Quando a relação entre as magnitudes das tensões  $E_k$  e  $E_m$  são mantidas, somente alterando o valor da relação entre as fases dessa tensão, o transformador é denominado defasador puro. (Monticelli, 1983)

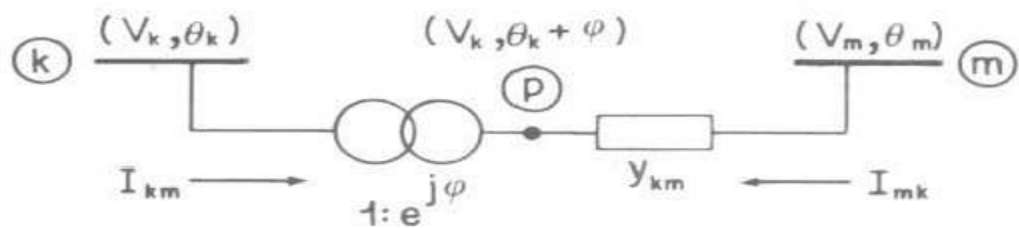


Figura 6: Transformador defasador puro.

A relação entre as tensões anteriormente citadas é dada por: (Monticelli, 1983)

$$\frac{E_p}{E_k} = t = e^{j\varphi} \quad (21)$$

Desta maneira, é possível escrever a relação entre as fases das tensões  $E_p$  e  $E_k$  da seguinte forma: (Monticelli, 1983)

$$\theta_p = \theta_k + \varphi \quad (22)$$

Se for substituída a equação 21 na equação 12, é obtida a relação entre as correntes, sendo: (Monticelli, 1983)

$$\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -t^* = -e^{-j\varphi} \quad (23)$$

De forma análoga ao que foi feito para encontrar as equações 14 e 15, no caso do transformador em fase, é possível também escrever, com base na equação 23, as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  em função das tensões terminais dos nós, de forma que: (Monticelli, 1983)

$$I_{km} = -t^* y_{km} (E_m - E_p) = (y_{km}) E_k + (-t^* y_{km}) E_m \quad (24)$$

$$I_{mk} = y_{km} (E_m - E_p) = (-t y_{km}) E_k + (y_{km}) E_m \quad (25)$$

No caso do transformador defasador não é possível determinar as admitâncias  $A$ ,  $B$  e  $C$  do modelo de circuito equivalente  $\pi$ , uma vez que os coeficientes  $E_m$  e  $E_k$  diferem nas equações de  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  respectivamente. É válido salientar o fato de que o transformador defasador com o termo  $t = ae^{j\varphi}$  afeta também o fluxo de potência reativa do ramo. (Monticelli, 1983)

#### 2.4. EXPRESSÕES GERAIS PARA O FLUXO DE CARGA

Segundo Monticelli (1983), os elementos do sistema de energia elétrico supracitados neste documento são regidos pelas seguintes expressões gerais:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + (a_{km} V_k) V_m b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (26)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) (a_{km} V_k) V_m b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + (a_{km} V_k) V_m g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (27)$$

O quadro abaixo apresentará as diferenças na equação geral para cada um dos tipos de equipamentos. (Monticelli, 1983)

Tabela 2: Equipamentos e fator relevante para a expressão geral.

Equipamento	Fator relevante
Linhas de transmissão	$a_{km} = 1$ e $\varphi_{km} = 0$
Transformador em fase	$b_{km}^{sh} = 0$ e $\varphi_{km} = 0$
Transformador defasador puro	$a_{km} = 1$ e $b_{km}^{sh} = 0$
Transformados defasador	$b_{km}^{sh} = 0$

## 2.5. FORMULAÇÃO MATRICIAL

Monticelli (1983) diz que ao se considerar a figura 1 como base, a injeção líquida de corrente na barra  $k$  pode ser escrita da seguinte maneira:

$$I_k + I_k^{sh} = \sum_{m \in \Omega_k} I_{km} \quad (28)$$

Utilizando então as equações 9, 14 e 24 citadas anteriormente, que representam respectivamente a corrente  $I_{km}$  para linhas de transmissão, transformadores em fase e transformador defasador puro, é possível obter a equação geral para a corrente citada: (Monticelli, 1983)

$$I_{km} = (a_{km}^2 y_{km} + j b_{km}^{sh}) E_k + (-a_{km} e^{-j\varphi_{km}} y_{km}) E_m \quad (29)$$

Fazendo as considerações necessárias, de acordo com a equação 29, é possível se obter uma expressão para a corrente  $I_k$  dada na equação 28, de forma que: (Monticelli, 1983)

$$I_k = \left[ j b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (j b_{km}^{sh} + a_{km}^2 y_{km}) \right] E_k + \sum_{m \in \Omega_k} (-a_{km} e^{j\varphi_{km}} y_{km}) E_m \quad (30)$$

Quando o valor de  $k$  é 1 (um), a equação 30 é possível de ser escrita em uma formulação matricial, sendo ela: (Monticelli, 1983)

$$\underline{I} = Y \underline{E} \quad (31)$$

Onde  $\underline{I}$  representa o vetor de injeções de corrente,  $\underline{E}$  representa o vetor das tensões nodais ( $E_k = V_k e^{j\theta_k}$ ) e  $Y$  representa a matriz de admitância nodal.



Os elementos dessa matriz de admitância nodal  $Y$ , são descritos por Monticelli (1983), da seguinte forma:

$$Y_{km} = -a_{km}e^{-j\varphi_{km}}y_{km} \quad (32)$$

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (jb_{km}^{sh} + a_{km}^2 y_{km}) \quad (33)$$

A matriz supracitada, é assimétrica caso possua entre os seus nós um transformador defasador, caso contrário, será simétrica. Os elementos dessa matriz são em grande quantidade nulos, uma vez que quando entre os nós  $k$  e  $m$  não existirem transformadores ou linhas de transmissão, resultará em um valor igual a zero (0). O quadro abaixo apresentará valores típicos de  $Y_{km}$  de acordo com o elemento presente entre os respectivos nós: (Monticelli, 1983)

Tabela 3: Valores típicos de  $Y_{km}$  de acordo com os elementos existentes.

Elemento existente	$Y_{km} =$
Linha de transmissão	$-y_{km}$
Transformador em fase	$-a_{km}y_{km}$
Transformador defasador puro	$-e^{-j\varphi_{km}}y_{km}$

Assim, a injeção de corrente  $I_k$  dada na equação 30, pode ser reescrita conforme a seguir: (Monticelli, 1983)

$$I_k = Y_{kk}E_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km}E_m = \sum_{m \in K} Y_{km}E_m \quad (34)$$

Onde  $K$  é dado pelo conjunto de todas as barras adjacentes a barra  $k$ , incluindo essa barra.

Considerando que  $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$  e substituindo esse referido valor e a equação 8 na equação 34, é possível se obter a seguinte expressão: (Monticelli, 1983)

$$I_k = \sum_{m \in K} (G_{km} + jB_{km})(V_m e^{j\theta_m}) \quad (35)$$

Por sua vez, a injeção de potência complexa é dada por: (Monticelli, 1983)

$$S_k^* = P_k - jQ_k = E_k^* I_k \quad (36)$$

Fazendo a substituição da equação 35 na equação 36, considerando ainda que  $E_k^* = V_k e^{-j\theta_k}$ , obtêm-se: (Monticelli, 1983)

$$S_k^* = V_k e^{-j\theta_k} \sum_{m \in K} (G_{km} + jB_{km})(V_m e^{j\theta_m}) \quad (37)$$

Separando a equação 37 em parte real e parte imaginária, têm-se: (Monticelli, 1983)

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (38)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (39)$$

Considerando que  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ .

### 3. FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL

Neste capítulo será apresentado o fluxo de carga em sua forma convencional, bem como as equações associadas a este problema e a forma de solução deste problema pelo método iterativo de Newton-Raphson.

#### 3.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

As equações 38 e 39 representam as equações básicas do fluxo de carga em coordenadas polares. A solução do problema associado a esse fluxo pode ser fracionada em 2 (dois) subsistemas, de modo que as equações algébricas e as formas de solução destes serão apresentadas a seguir.

##### 3.1.1. Subsistema 1 (um)

Neste ponto serão calculados os valores correspondentes a magnitude e ângulo de tensão na barra  $k$  ( $V_k$  e  $\theta_k$ , respectivamente) nas barras  $PQ$  e os valores de  $\theta_k$  nas barras  $PV$ . Então é possível observar um sistema de equações algébricas não lineares que possui o mesmo número de incógnitas, com dimensão igual a  $2N_{PQ} + N_{PV}$ , onde  $N_{PQ}$  representa o número de barras associadas a barra  $PQ$  e, por analogia,  $N_{PV}$  possui o mesmo significado numérico para as barras  $PV$ . (Monticelli, 1983)

Os valores especificados nesse subsistema são os valores de  $P$  e  $Q$  das barras  $PQ$  e os valores de  $P$  das barras  $PV$ , sendo as incógnitas, por sua vez, os valores de  $\theta$  e  $V$  das barras  $PQ$  e os valores de  $\theta$  das barras  $PV$ .

Assim, obtêm-se relações para as potências ativa e reativa líquidas especificadas na barra  $k$ , de modo que para as barras  $PQ$  e  $PV$  obtêm-se uma expressão para a potência ativa e nas barras  $PV$  a expressão para a potência reativa, sendo elas, respectivamente: (Monticelli, 1983)

$$\Delta P_k = P_k^{sp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad (40)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{sp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad (41)$$

Nas equações acima  $P_k^{sp}$  e  $Q_k^{sp}$ , representam, respectivamente, as potências ativa e reativa especificadas na barra  $k$ .

Agrupando as incógnitas das equações 40 e 41 em um vetor ( $x$ ):

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{V} \end{bmatrix} \quad (42)$$

De forma que  $\underline{\theta}$  e  $\underline{V}$  representam, respectivamente, o vetor dos ângulos e o vetor das magnitudes das tensões nas barras  $PQ$  e  $PV$  e das barras  $PQ$ , respectivamente. (Monticelli, 1983)

Reescrevendo, então, as equações 40 e 41 em suas formas vetoriais, têm-se: (Monticelli, 1983)

$$\Delta \underline{P} = \underline{P}^{sp} - \underline{P}(\underline{V}, \underline{\theta}) \quad (43)$$

$$\Delta \underline{Q} = \underline{Q}^{sp} - \underline{Q}(\underline{V}, \underline{\theta}) \quad (44)$$

Nas equações 43 e 44 o valor correspondente a  $\underline{P}$  representa o vetor das injeções de potência ativa nas barras  $PQ$  e  $PV$ , já o valor de  $\underline{Q}$  corresponde ao vetor das injeções de potência reativa nas barras  $PQ$ . (Monticelli, 1983)

Sendo  $\underline{g}(\underline{x})$  uma função vetorial dada por:

$$\underline{g}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \end{bmatrix} \quad (42)$$

A solução desse subsistema 1 (um) será apresentada posteriormente de acordo com o método de Newton-Raphson.

### 3.1.2. Subsistema 2 (dois)

Com a resolução do subsistema 1 (um) pelo método de Newton-Raphson, são conhecidas as variáveis de magnitude e ângulo de tensão ( $V_k$  e  $\theta_k$ , respectivamente) para todas as barras, restando ao subsistema 2 (dois) o cálculo de  $P_k$  e  $Q_k$  na barra de referência e  $Q_k$  nas barras  $PV$ , a partir das equações 38 e 39. Este subsistema possui dimensões iguais a  $N_{PV} + 2$  equações algébricas não lineares que possuem o mesmo número de incógnitas, onde essas se apresentam de forma explícita nas equações. (Monticelli, 1983)

As equações resolvidas antes não consideram as restrições de operação e os dispositivos de controle, uma vez que esses representam um conjunto adicional de equações e inequações ao sistema. (Monticelli, 1983)

### 3.2. SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Aplicando na equação 45 a premissa de que  $\underline{g}(\underline{x}) = 0$ , o subsistema 1 (um) terá o seu algoritmo de solução descrito conforme a seguir, utilizando-se o método iterativo de Newton-Raphson: (Silva, 1999)

*i.* Contam-se as iterações para  $h = 0$  escolhendo valores iniciais de  $\theta = \theta^0$  para as barras  $PV$  e  $PQ$  e de  $V = V^0$  para as barras  $PQ$ .

*ii.* Calcula-se  $P_k(V^h, \theta^h)$  e  $Q_k(V^h, \theta^h)$  para as barras  $PQ$  e  $PV$  e as barras  $PQ$ , respectivamente. Em seguida são calculados os resíduos  $\Delta P_k^h$  e  $\Delta Q_k^h$ .

*iii.* Faz-se um teste para a convergência, de modo que: se  $MAX\{|\Delta P_k^h|\} \leq \varepsilon_p$  e  $MAX\{|\Delta Q_k^h|\} \leq \varepsilon_p$ , a convergência foi obtida para  $(V^h, \theta^h)$ . Caso isso não ocorra, é executado o próximo passo.

*iv.* Calcula-se a seguinte matriz Jacobiana:

$$J(\underline{x}^h) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \quad (46)$$

Os elementos  $H$ ,  $M$ ,  $N$  e  $L$  são dados, respectivamente por: (Silva, 1999)

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (47)$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (48)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (49)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 G_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (50)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (51)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k G_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (52)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (53)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (54)$$

É possível expressar os elementos  $H_{kk}$ ,  $M_{kk}$ ,  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  como funções das injeções de correntes ativa e reativa na barra  $k$ , sendo eles, em sequência: (Silva, 1999)

$$H_{kk} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (55)$$

$$M_{kk} = P_k - V_k^2 G_{kk} \quad (56)$$

$$N_{kk} = V_k^{-1} (P_k + V_k^2 G_{kk}) \quad (57)$$

$$L_{kk} = V_k^{-1} (Q_k + V_k^2 B_{kk}) \quad (58)$$

Considerando as equações acima, é possível observar que a matriz Jacobiana possui a estrutura idêntica à da matriz de admitância nodal  $Y$ . (Silva, 1999)

v. É resolvido o sistema linear a seguir com o intuito de se determinar os vetores de correção  $\Delta \underline{V}$  e  $\Delta \underline{\theta}$ : (Silva, 1999)

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}^h \\ \Delta \underline{V}^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(\underline{V}^h, \underline{\theta}^h) & N(\underline{V}^h, \underline{\theta}^h) \\ M(\underline{V}^h, \underline{\theta}^h) & L(\underline{V}^h, \underline{\theta}^h) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P(\underline{V}^h, \underline{\theta}^h) \\ \Delta Q(\underline{V}^h, \underline{\theta}^h) \end{bmatrix} \quad (59)$$

vi. Obtêm-se uma nova solução:

$$\underline{\theta}^{h+1} = \underline{\theta}^h + \Delta \underline{\theta}^h \quad (60)$$

$$\underline{V}^{h+1} = \underline{V}^h + \Delta \underline{V}^h \quad (61)$$

vii. Desta forma é possível fazer a iteração de  $h + 1 \rightarrow h$  e voltar ao passo ii.

## 4. METODOLOGIA E RESULTADOS

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada para a solução do problema do fluxo de carga juntamente com os resultados associados a um sistema teste utilizado para validar o algoritmo desenvolvido no software.

### 4.1. METODOLOGIA

Seguindo o algoritmo presente na subseção 3.2 do capítulo 3 deste trabalho, foi desenvolvido um programa cuja função é resolver seguir os passos descritos no citado algoritmo para que seja possível se obter a solução do problema do fluxo de carga. O código fonte do referido programa, desenvolvido no software *Matlab*<sup>®</sup> encontra-se no ANEXO 1 deste documento.

Esta metodologia busca simular de forma computacional o que ocorre no sistema elétrico real quando se tem a necessidade de se controlar a tensão no problema do fluxo de carga visando um controle das potências ativa e reativa existentes no sistema. A análise será realizada utilizando um sistema por unidade (*p.u.*) com intuito de facilitar a comparação dos dados obtidos.

Utilizando como referência um sistema teste de 5 barras, encontrado na bibliografia do Staag, será utilizado o software para obter o resultado desejado e a validação do sistema.

#### 4.1.1. Problema teste com 5 (cinco) barras

No ANEXO 2 encontra-se o código fonte referente aos dados que serão utilizados para a resolução deste problema. Os dados da matriz LINHA referentes a este problema são os seguintes: (Stagg, 1968)

Tabela 4: Dados da matriz LINHA para o problema teste.

	NF	NT	Resistência	Reatância	BSh
Dados matriz LINHA	1	2	0,02	0,06	0,03*2
	1	3	0,08	0,24	0,025*2
	2	3	0,06	0,18	0,02*2
	2	4	0,06	0,18	0,02*2
	2	5	0,04	0,12	0,015*2
	3	4	0,01	0,03	0,01*2
	4	5	0,08	0,24	0,025*2

Os dados da matriz BARRA para o referido problema são:

Tabela 5: Dados da matriz BARRA para o problema teste.

	Num	Tipo	V	$\theta$	Pi	Qi	Pc	Qc
Dados matriz BARRA	1	1	1,06	0	0	0	0.0	0.0
	2	2	1,0	0	-0,2	0,1	0.0	0.0
	3	2	1,0	0	0,45	0,15	0.0	0.0
	4	3	1,0	0	0,4	0,05	0.0	0.0
	5	3	1,0	0	0,6	0,1	0.0	0.0

Onde as barras V- $\theta$  correspondem as barras do tipo 0, as barras PV correspondem as barras do tipo 1 e as barras PQ correspondem as barras do tipo 2.

## 4.2. RESULTADOS

Nesta subseção serão apresentados os resultados obtidos para a solução dos problemas com 5 (cinco) e 30 (trinta) barras, respectivamente apresentados na subseção anterior.

Primeiramente serão apresentadas as matrizes de condutância  $G$  e de susceptância  $B$ , necessárias para compor a matriz  $Y_{barra}$ . Posteriormente será apresentada a matriz  $Y_{barra}$  propriamente dita, seguida dos resultados de  $V$  e  $\theta$  encontrados nas barras após as iterações, e por último serão apresentadas as potências ativas e reativas nas barras e linhas do sistema.

### 4.2.1. Resultados do problema com 5 (cinco) barras

Após a solução do sistema em questão no software *Matlab*<sup>®</sup>, foi possível obter, respectivamente, as seguintes matrizes de condutância e susceptância:

Tabela 6: Matriz de condutância para o problema teste.

<b>G</b>	6,250	-5,0	-1,250	0	0
	-5,0	10,833	-1,667	-1,667	-2,50
	-1,250	-1,667	12,9167	-10,0	0
	0	-1,667	-10,0	12,9167	-1,250
	0	-2,50	0	-1,250	3,750

Tabela 7: Matriz de susceptância para o problema teste.

<b>B</b>	-18,640	15,0000	3,7500	0,0000	0,00
	15,0000	-32,3300	5,0000	5,0000	7,500
	3,7500	5,0000	-38,640	30,000	0,000
	0,0000	5,0000	30,0000	-38,640	3,750
	0,0000	7,5000	0,0000	3,7500	-11,17



A matriz  $Y_{barra}$ , formada pela soma das matrizes de condutância e susceptância é a seguinte:

Tabela 8: Matriz Ybarra para problema teste.

$Y_{barra}$	$6,250 - 18,640i$	$-5,00 + 15,0$	$-1,250 + 3,7500i$	0	0
	$-5,00 + 15,0i$	$10,833 - 32,330i$	$-1,67 + 5,0i$	$-1,67 + 5,00i$	$-2,500 + 7,500i$
	$-1,2500 + 3,7500i$	$-1,67 + 5,00i$	$12,91667 - 38,640i$	$-10,00 + 30,0i$	0
	0	$-1,6 + 5,00i$	$-10,0 + 30,0i$	$12,91667 - 38,640i$	$-1,250 + 3,750i$
	0	$-2,50 + 7,500i$	0	$-1,25 + 3,7500i$	$3,750 - 11,1700i$

As tensões nas respectivas barras do sistema, juntamente com as suas fases são as seguintes:

- $V1=1.0600$  [pu] e  $0.0000^\circ$ ;
- $V2=1.0000$  [pu] e  $4.0244^\circ$ ;
- $V3=1.0000$  [pu] e  $6.7284^\circ$ ;
- $V4=1.0097$  [pu] e  $6.8995^\circ$ ;
- $V5=1.0320$  [pu] e  $7.3733^\circ$ .

As potências ativa e reativa encontradas nas barras, por unidade, são:

- $P1=-1.1619$  e  $Q1=1.6627$ ;
- $P2=-0.2000$  e  $Q2=-1.3521$ ;
- $P3=0.4500$  e  $Q3=-0.7973$ ;
- $P4=0.4000$  e  $Q4=0.0500$ ;
- $P5=0.6001$  e  $Q5=0.1001$ .

As potências ativa e reativa encontradas nas linhas, por unidade, são:

- $P12=-1.4469$  e  $Q12=0.6212$ ;
- $P21=1.4469$  e  $Q21=0.6212$ ;
- $P13=-0.5543$  e  $Q13=0.1106$ ;
- $P31=0.5543$  e  $Q31=0.1106$ ;
- $P23=-0.2377$  e  $Q23=-0.0731$ ;
- $P32=0.2377$  e  $Q32=-0.0731$ ;
- $P24=-0.2392$  e  $Q24=-0.1267$ ;

- $P_{42}=0.2392$  e  $Q_{42}=-0.1267$ ;
- $P_{25}=-0.3767$  e  $Q_{25}=-0.3771$ ;
- $P_{52}=0.3767$  e  $Q_{52}=-0.3771$ ;
- $P_{34}=0.0067$  e  $Q_{34}=-0.3216$ ;
- $P_{43}=-0.0067$  e  $Q_{43}=-0.3216$ ;
- $P_{45}=-0.0043$  e  $Q_{45}=-0.0948$ ;
- $P_{54}=0.0043$  e  $Q_{54}=-0.0948$ .

## **5. CONCLUSÕES PARCIAIS**

Foi possível concluir que o problema do fluxo de potência envolve diversas variáveis e que o sistema de energia elétrica necessita da regulação de tensão para que o fluxo de carga não se torne extremamente alterado.

O método iterativo de Newton-Raphson é o mais utilizado para a solução deste problema, uma vez que retorna uma solução aceitável e considerando o fato de que o sistema está em regime permanente, é possível se obter resultados factíveis para o sistema em questão.

Este trabalho conseguiu mostrar que é possível se obter uma simulação numérica para um caso de fluxo de potência, fazendo com que possam ser simulados casos de problemas e perturbações na rede elétrica para que a tomada de decisão em um caso de necessidade seja possível. A programação linear apresentou um bom parâmetro para exemplificar como deve ser o funcionamento ideal de um sistema de energia elétrica quando submetido a fluxos de potência.

## **6. PRÓXIMAS ATIVIDADES**

Este trabalho apresenta a formulação necessária para o fluxo de carga, incluindo os cálculos de potência ativa e reativa no sistema de acordo com as variações das tensões nas barras existentes no mesmo. Para o trabalho de conclusão de curso 2, será acrescentado a metodologia da injeção de correntes para o controle deste problema, bem como a inclusão desta metodologia na simulação numérica realizada, para fazer com que a solução do fluxo de potência se dê através deste modo. Será possível então fazer a comparação deste resultado obtido neste trabalho com o resultado a ser obtido no próximo trabalho, uma vez que independente da metodologia utilizada o sistema deverá convergir para o mesmo resultado.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BORGES, C. L. T.; **Análise de Sistemas de Potência**. Rio de Janeiro, UFRJ, 2005.
- COSTA, V. M., PEREIRA, J. L. R. e MARTINS, N.; **Developments in the Newton Raphson Power Flow Formulation Based on Current Injection**. IEEE, 1998.
- MONTICELLI, J.A; **Fluxo de Potência em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo, Editora Blucher, 1983.
- SAADAT, H.; **Power System Analysis**. USA, PSA Publishing, 2010.
- SILVA, F. H. J. R.; **Obtenção de Múltiplas Soluções do Fluxo de Potência Via Injeções de Corrente**. Minas Gerais, não publicado, 1999.
- STAAG, G. W. e EL-ABIAD, A. H.; **Computer Methods in Power System Analysis**. São Paulo, Mc-Graw-Hill, 1968.

## ANEXO 1

```
clc, clear all, close all

% Solução do fluxo de carga
%Método iterativo de Newton-Raphson

% Leitura de arquivos
%barras_teste

NF = linha(:,1);
NT = linha(:,2);
R = linha(:,3);
X = linha(:,4);
BSH = linha(:,5);
Z = R + j*X;
Y = 1./Z;
BSH = i*BSH;

Nbarra = max(max(NF),max(NT)); % Número de linhas da matriz LINHA
Nlinha = length(NF); % Número de linhas da matriz BARRA
% Ybarra
Ybarra = zeros(Nbarra,Nbarra);
for k=1:Nlinha
Ybarra(NF(k),NT(k)) = -Y(k);
Ybarra(NT(k),NF(k)) = Ybarra(NF(k),NT(k));
end
for m=1:Nbarra
for n=1:Nlinha
if NF(n) == m | NT(n) == m
Ybarra(m,m) = Ybarra(m,m) + Y(n) + BSH(n);
end
end
end

Num = barra(:,1);
Tipo = barra(:,2);
V = barra(:,3);
Teta = barra(:,4);
Pi = barra(:,5);
Qi = barra(:,6);
Pc = barra(:,7);
Qc = barra(:,8);
Pl = Pi - Pc;
Ql = Qi - Qc;
Pesp = Pl;
Qesp = Ql;
G = real(Ybarra);
B = imag(Ybarra);

PV = find(Tipo == 2 | Tipo == 1);
PQ = find(Tipo == 3);
NumPV = length(PV);
NumPQ = length(PQ);

% Variáveis auxiliares
Tolmax = 10e-5;
Tol = 1;
```

```

Iteracao = 1;
Iteracaomax = 100;

% Cálculo das potências
while ((Tol > Tolmax) & (Iteracao<Iteracaomax))
Pl = zeros(Nbarra,1);
Ql = zeros(Nbarra,1);
for i = 1:Nbarra
for k= 1:Nbarra
Pl(i) = Pl(i) + V(i)*V(k) * (G(i,k) *cos(Teta(i)-Teta(k)) +B(i,k) *sin(Teta(i) -
Teta(k))); %P
Ql(i) = Ql(i) + V(i)*V(k) * (G(i,k) *sin(Teta(i)-Teta(k)) -B(i,k) *cos(Teta(i) -
Teta(k))); % Q
end
end

% Resíduos
dPl = Pesp-Pl;
dQ = Qesp-Ql;
K=1;
dQl = zeros(NumPQ,1);
for i = 1:Nbarra
if Tipo(i) ==3
dQl(k,1) = dQ(i);
k=k+1;
end
end
dPl=dPl (2:Nbarra);
W = [dPl; dQl(); dQl()];

% Matriz Jacobina:
% Matriz H:
H = zeros (Nbarra-1,Nbarra-1);
for i= 1: (Nbarra-1)
m=i+1;
for k= 1:(Nbarra-1)
n=k+1;
if n == m
for n =1:Nbarra
H(i,k) = H(i,k) + V(m)*V(n) * (-G(m,n) *sin(Teta(m) -
Teta(n)) +B(m,n) *cos(Teta(m)-Teta(n)));
end
H(i,k) = H(i,k) - V(m) ^2*B(m,m);
else
H(i,k) = V(m) * V(n) * (G(m,n) *sin(Teta(m) -Teta(n)) -B(m,n) *cos(Teta(m) -
Teta(n)));
end
end
end

% Matriz N:
N = zeros(Nbarra-1,NumPQ);
for i = 1:(Nbarra-1)
m=i+1;
for k = 1:NumPQ
n = PQ(k);
if n == m
for n= 1:Nbarra
N(i,k) = N(i,k) + V(n) * (G(m,n) *cos(Teta(m) -Teta(n)) +B(m,n) *sin(Teta(m) -
Teta(n)));

```

```

end
N(i,k) = N(i,k) + V(m)*G(m,m);
else
N(i,k) = V(m)*(G(m,n)*cos(Teta(m)-Teta(n))+B(m,n)*sin(Teta(m)-Teta(n)));
end
end
end

% Matriz M:
M = zeros(NumPQ,Nbarra-1);
for i=1:NumPQ
m = PQ(i);
for k=1:(Nbarra-1)
n=k+1;
if n==m
for n=1:Nbarra
M(i,k) = M(i,k) +V(m)*V(n)*(G(m,n)*cos(Teta(m)-Teta(n))+B(m,n)*sin(Teta(m)-
Teta(n)));
end
M(i,k)=M(i,k)-V(m)^2*G(m,m);
else
M(i,k) = V(m)*V(n)*(-G(m,n)*cos(Teta(m)-Teta(n))-B(m,n)*sin(Teta(m)-
Teta(n)));
end
end
end

% Matriz L:
L = zeros(NumPQ,NumPQ);
for i=1:NumPQ
m= PQ(i);
for k=1:NumPQ
n = PQ(k);
if n==m
for n=1:Nbarra
L(i,k) = L(i,k) +V(n)*(G(m,n)*sin(Teta(m)-Teta(n))-B(m,n)*cos(Teta(m)-
Teta(n)));
end
L(i,k) = L(i,k) - V(m)*B(m,m);
else
L(i,k) =V(m)*(G(m,n)*sin(Teta(m)-Teta(n))-B(m,n)*cos(Teta(m)-Teta(n)));
end
end
end

Jacob = [H N;M L];

% Vetor correção de V e Teta
X=inv(Jacob)*W;

% Correção de V e Teta
dTeta = X(1:Nbarra-1);
dV = X(Nbarra:end);

% Atualizando as variáveis
Teta(2:Nbarra) = dTeta +Teta(2:Nbarra);
k=1;
for i=2:Nbarra;

```



```

if Tipo(i) == 3
V(i) = dV(k) + V(i);
k = k+1;
end
end
Iteracao = Iteracao +1;
Tol = max(abs(W));
end

% Tensão nas barras
Vbara = V.*cos(Teta) + li*V.*sin(Teta);

% Resultados

fprintf('\n Tensão nas barras\n\n ');
for n=1:Nbarra
fprintf('V%d=%.4f [pu] e %.4f graus\n',n,abs(Vbara(n)),180/pi*angle(Vbara(n)));
end
fprintf('\nP e Q nas barras:\n\n');
for n=1:Nbarra
fprintf('P%d=%.4f [pu] e Q%d=%.4f [pu]\n',n,P1(n),n,Q1(n));
end
fprintf('\n P e Q nas linhas:\n\n');
ri=1,
for rf=1:Nlinha
S(linha(ri,1),linha(rf,2))=Vbara(linha(ri,1))*((conj(Vbara(linha(ri,1)))-
conj(Vbara(linha(rf,2))))/Ybarra(linha(ri,1),linha(rf,2))^-1);
if S(linha(ri,1),linha(rf,2))~=0
fprintf('\n\nP%d%d=%.4f [pu] Q%d%d=%.4f\n\n',linha(ri,1),linha(rf,2),real(S(linha(ri,1),linha(rf,2))),linha(ri,1),
linha(rf,2),imag(S(linha(ri,1),linha(rf,2))));
fprintf('\n\nP%d%d=%.4f [pu] Q%d%d=%.4f [pu]\n\n',linha(rf,2),linha(ri,1),-
real(S(linha(ri,1),linha(rf,2))),linha(rf,2),linha(ri,1),imag(S(linha(ri,1),
linha(rf,2))));
end
ri=ri+1;
if ri>Nlinha
break;
end
end
end

```

## ANEXO 2

```
% Matriz de linhas (pu)
% | NF | NT | R | X | BSH |
linha = [ 1 2 0.02 0.06 0.030*2
          1 3 0.08 0.24 0.025*2
          2 3 0.06 0.18 0.020*2
          2 4 0.06 0.18 0.020*2
          2 5 0.04 0.12 0.015*2
          3 4 0.01 0.03 0.010*2
          4 5 0.08 0.24 0.025*2 ];

% Legenda dos tipos de barras:
% 1: VTeta
% 2: PV
% 3: PQ

% | Num | Tipo | V | Teta | Pi | Qi | Pc | Qc |
barra= [ 1 1 1.060 0 0.0 0.0 0.0 0.00
         2 2 1.0 0 -0.2 0.1 0 0
         3 2 1.0 0 0.45 0.15 0 0
         4 3 1.000 0 0.4 0.05 0 0
         5 3 1.000 0 0.6 0.1 0 0 ];
```