

**Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial**

**MODELAGEM DE UM SIMULADOR 3D DE
SATELITES**

**Autor: Patrick Hauschild Lemos Schneiders
Orientador: Luiz Carlos Gadelha**

**Brasília, DF
2016**



PATRICK HAUSCHILD LEMOS SCHNEIDERS

MODELAGEM DE UM SIMULADOR 3D DE SATELITE

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Orientador: Luiz Carlos Gadelha, Dr. Eng.

**Brasília, DF
2016**

CIP – Catalogação Internacional da Publicação*

Schneiders, Patrick Hauschild Lemos.

Modelagem de um Simulador 3D de Satélites/Patrick Hauschild Lemos Schneiders. Brasília: UnB, 2016. 68p : il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília Faculdade do Gama, Brasília, 2016. Orientação: Luiz Carlos Gadelha.

1. Dinâmica de satélites. 2. Controle de Atitude. 3. Simulador de satélite I. Gadelha, Luiz Carlos. II. Modelagem Simulador 3D de Satélites.

CDU Classificação

MODELAGEM DE UM SIMULADOR 3D DE SATÉLITES

Patrick Hauschild Lemos Schneiders

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em __/__/2016, apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

Prof. Dr. Eng. Luiz Carlos Gadelha, UnB/FGA
Orientador

Prof. Dr. Eng. Leonardo Aguayo, UnB/ FGA
Membro Convidado

Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto, UnB/FGA
Membro Convidado

Brasília, DF
2016

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelo apoio incondicional em todas as decisões que tomei no caminho até aqui. Seu carinho e amor formaram a base necessária para que todos os esforços valham a pena.

Aos meus irmãos, por terem caminhado ao meu lado, não deixando que eu fraquejasse em qualquer momento que seja.

Aos meus amigos, que permitiram que eu soubesse como é se sentir especial e acolhido. Obrigado, em especial, a minha amiga Jéssica Guimarães, que com toda atenção e carinho possível, não permitiu que desistisse ou enlouquecesse durante os anos na Engenharia.

Ao meu orientador Prof. Dr. Luiz Carlos Gadelha, que com empenho me ajudou a concretizar esse trabalho de conclusão de curso. A boa dose de confiança e paciência foram de suma importância para minha chegada até aqui, e aos próximos frutos que serão colhidos.

To the infinity and beyond. (Buzz Lightyear)

RESUMO

Missões espaciais são projetos de alto custo envolvido, que podem gerar lucros de custo ainda mais elevado. Sua complexidade inerente não permite que testes experimentais sejam realizados no espaço. A solução mais barata é a modelagem e simulação de ambientes que consigam imitar de forma bem próxima o ambiente espacial. O trabalho aqui proposto tem como principal objetivo a modelagem de um Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites (SSCAS). Tal sistema, quando implementado permitirá a investigação de diversas metodologias e estratégias de controle, bem como a utilização de diferentes configurações de sensores, atuadores. Pretende-se ao final do trabalho, a comparação entre alguns métodos de controle procurando uma solução otimizada ao caso aqui analisado. Primeiramente, este trabalho trará razões econômicas que podem ser consideradas motivacionais ao estudo mais aprofundado de satélites. Também conta com uma revisão bibliográfica envolvendo as principais metodologias de modelagem adotadas no contexto de satélites. Por último, apresenta todo o equacionamento referente a dinâmica de uma plataforma representativa de um satélite. As equações geradas serão posteriormente analisadas em diferentes configurações de controle, para diferentes ganhos, demonstrando as principais condições de controle (baixo/alto taxa de amortecimento/oscilações nas respostas dinâmicas).

Palavras-chave: Dinâmica de satélites, Controle de Atitude, Simulador de Satélites.

ABSTRACT

Space missions are expensive projects, which can generate cost profits even higher. Its inherent complexity does not allow experimental tests be performed in space. The cheapest solution is the modeling and simulation of environments that can mimic closely together the space environment. The work proposed here aims to model a Simulator Satellite Attitude Control System (SSCAS). Such a system, when implemented will enable the investigation of several control strategies and methodologies, as well as using different configurations of sensors, actuators. It is intended to end the work, comparing some control methods looking for an optimized solution to the case analyzed here. First, this study will bring economic reasons that can be considered motivational to further study of satellites. It also has a literature review involving the main modeling methodologies adopted in the context of satellites. Finally, it presents the entire equation regarding the dynamics of a representative platform of a satellite. The generated equations are then analyzed in different control settings for different gains, demonstrating the main control conditions (low / high rate of damping / fluctuations in dynamic response).

Keywords: Satellites dynamics, attitude control, satellites simulator.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Explorer 1, primeiro satélite dos EUA.....	13
Figura 2 – Telescópio Espacial Hubble	14
Figura 3 – Representação dos 22000 pedaços de detrito que podem ser rastreados da superfície.....	19
Figura 4 – Fluxograma modelagem de um processo.....	23
Figura 5 – Esquemático da plataforma para controle de atitude com três rodas de reação.....	29
Figura 6 – Rodas de reação de 3 eixos.....	30
Figura 7 – Componentes de uma orbita	32
Figura 8 – Diagrama de blocos para um sistema de controle de atitude e orbita.....	33
Figura 9 – Modelo da configuração da plataforma com as rodas de reação.....	35
Figura 10- Diagrama de Blocos de um Sistema Linear representado no espaço de estados.....	46
Figura 11- Esquema para controle em malha aberta.....	47
Figura 12- Esquema para controle em malha fechada.....	48
Figura 13 – Diagrama de blocos para o sistema em malha fechada.....	51
Figura 14 – Valores de K para Q = Identidade.....	54
Figura 15 – Valores de K para Q = 0.1*Identidade.....	54
Figura 16 – Valores de K para Q = 0.01*Identidade.....	54
Figura 17 – Velocidade Angular P para Alocação de Polos.....	58
Figura 18 – Velocidade Angular Q para Alocação de Polos.....	58
Figura 19 – Velocidade Angular R para Alocação de Polos.....	59
Figura 20 – Ângulo ϕ para Alocação de Polos.....	59
Figura 21 – Ângulo θ para Alocação de Polos.....	60
Figura 22 – Ângulo ψ para Alocação de Polos.....	60
Figura 23 – Velocidades Angulares para LQR (Q=Identidade)	61
Figura 24 – Ângulos para LQR (Q=Identidade)	62
Figura 25 – Velocidades Angulares para LQR (Q= 0.1*Identidade)	62
Figura 26 – Ângulos para LQR (Q=0.1*Identidade)	63
Figura 27– Ângulos para LQR (Q=0.1*Identidade)	63
Figura 28 – Ângulos para LQR (Q=0.01*Identidade)	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Satélites operacionais em órbita (Fonte: Union Concerned Scientists) ..	15
Tabela 2 – Estimativa de custos por libra para lançamento a órbitas geoestacionárias. (Fonte: Site Illumin - University of Southern Califórnia)	16

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
1.1.CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.....	12
1.2.OBJETIVO DO TRABALHO.....	19
1.2.1. Objetivo principal	19
1.2.2. Objetivos específicos.....	19
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO	20
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1.MODELAGEM E SIMULAÇÃO	21
2.1.1. Conceitos básicos de modelagem e simulação	21
2.2.MODELAGEM DE SATELITES	24
2.2.1. Histórico	24
2.2.2. Componentes Satélite.....	27
2.2.3. Órbita e Atitude.....	29
2.3.EQUACIONAMENTO	33
2.4.ALOCAÇÃO DE PÓLOS.....	42
3. SIMULAÇÃO	46
4. CONCLUSÃO.....	50
5. TRABALHOS FUTUROS	51
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO

*“A cura para o tédio é a curiosidade. Não existe cura para a curiosidade.”
Ellen Parr.*

O universo é encoberto de mistérios e isso sempre fascinou a humanidade, pensando a partir desse ponto, o homem começou a buscar soluções para os questionamentos que surgiam e ainda surgem a todo o momento. Foi essa busca incessante de respostas, que fez com que a humanidade se interessasse pelas estrelas. A esse interesse pelas estrelas e demais mistérios do universo, dá-se o nome de Astronomia (AABOE, 2001).

Sabe-se que a astronomia tem sua origem em períodos tão antigos quanto à própria origem do homem. Desde muito antes de se pensar em satélites ou veículos lançadores, o céu tem sido a base de calendários, mapas e relógios. Os primeiros astrônomos utilizavam-se de ferramentas pré-históricas para calcular a posição das estrelas, e dessa forma conseguir determinar o que viriam a ser as estações do ano (AABOE, 2001). Foi através dessas ferramentas pré-históricas que o homem rudimentar conseguiu desenvolver um sistema de agricultura que permitiu sua sobrevivência, perpetuação e desenvolvimento da espécie humana.

O desenvolvimento tecnológico ao longo da história permitiu descobertas astronômicas que mudaram os rumos da ciência da época, cientistas como Galileu, Copérnico e Kepler mostraram resultados que são relevantes e usados séculos após séculos nas descobertas feitas.

A fonte de mistérios e estórias envoltas no universo permite ao mundo do século XXI, ser o que é, proporcionando a utilização dos céus para incentivar a globalização, diminuindo distâncias, ampliando as telecomunicações, transmitindo dados, analisando regiões, proporcionando uma infinidade de funções. O principal elemento e talvez o agente protagonista destes feitos é o satélite artificial (WALKER, 2010).

Motivado pelo Ano Internacional da Geofísica, onde cientistas de todo o mundo se organizaram para observação de vários fenômenos científicos, em outubro de 1957, a antiga União Soviética (URSS) foi capaz de enviar ao espaço o Satélite Sputnik, este satélite consistia de uma pequena esfera com um rádio

transmissor, apesar do pequeno tamanho revolucionou o meio científico, que ficou impressionado com a capacidade da URSS na época (ROMANO, 2005).

O satélite Sputnik tornou-se motivacional para a Explorer 1, o primeiro satélite construído pelos Estados Unidos da América que entrou em órbita em janeiro de 1958. Apesar de simples, o satélite era capaz de enviar dados sobre o comportamento da radiação logo acima da superfície terrestre, originando a famosa “corrida espacial” entre URSS e Estados Unidos (ROMANO, 2005).



Figura 1- Explorer 1, primeiro satélite americano. (Fonte: NASA JPL).¹

Em quase 60 anos desde o primeiro satélite artificial, houve um avanço tecnológico que permitiu um aumento significativo tanto em complexidade quanto em funções exercidas pelas estruturas aeroespaciais.

Seguindo essa linha de raciocínio o Telescópio Espacial Hubble (TEH), lançado em 1990 foi fruto de um esforço conjunto entre a agência espacial americana (NASA) e a agência espacial europeia (ESA), lançado em uma órbita a 569 km, o TEH foi responsável por observações astronômicas em alta resolução, o que possibilitou a ausências de distorções atmosféricas, o TEH quase se tornou um fracasso completo, pois poucos meses após ser colocado em órbita notou-se uma aberração esférica grave no espelho principal do telescópio (NASA, 2015).

¹ Disponível em: <http://www.jpl.nasa.gov/jplhistory/early/firstsatellites.php>. Acesso em maio 2015.

A análise das imagens borradas enviadas pelo TEH mostrou que a causa do problema era devida ao espelho principal que tinha sido construído com uma forma errada, mesmo que provavelmente tenha sido o espelho mais precisamente construído de todos os tempos, com variações de apenas 10 nanômetros a partir da curva prevista, era plano nas bordas em cerca de 2.200 nanômetros (NASA, 2012).



Figura 2 - Telescópio Espacial Hubble (Fonte: NASA).²

Com a utilização cada vez mais comum de satélites artificiais, uma nova expressão deu início a comercialização do espaço. O termo se refere a utilização de equipamentos no espaço a fim de produzir bens e serviços com determinado valor comercial. O primeiro satélite de uso comercial foi o Telstar 1, lançado em 1962 com o objetivo de transmitir sinais de televisão através do oceano Atlântico. (ROMANO, 2005).

Até 2004, o investimento mundial nos setores espaciais era estimado em 50.8 bilhões de dólares. Segundo Romano (2005), a indústria aeroespacial consiste em três setores, são elas:

Setor de Segurança Nacional: Fornece sistemas espaciais capazes de auxiliar diretamente as forças armadas e a inteligência, suas capacidades incluem comunicação, navegação, condições climáticas, aviso de mísseis.

Setor Civil: Responsável pela condução de explorações, ciências astronômicas, experimentos científicos, e outras pesquisas e desenvolvimentos de

² Disponível em: <http://spaceflight.nasa.gov/gallery/images/shuttle/sts-82/html/s82e5937.html>. Acesso em maio 2015.

missões não militares. No Brasil, o órgão responsável por esse setor é a Agência Espacial Brasileira (AEB).

Setor Comercial: Executa a construção de satélites, foguetes e sistemas de suporte em operações aeroespaciais, providenciando serviços ao governo e a clientes comerciais. A economia globalmente integrada é dependente das capacidades no espaço comercial para atingir seu crescimento econômico, tem-se como exemplo: celulares, televisão por satélite, navegação. Embora seja dominada por companhias particulares, alguns órgãos governamentais são responsáveis por subsídios dentro dessa área.

Satellite Quick Facts (includes launches through 8/31/15)			
Total number of operating satellites: 1,305			
United States: 549	Russia: 131	China: 142	Other: 483
LEO: 696	MEO: 87	Elliptical: 41	GEO: 481
Total number of U.S. satellites: 549			
Civil: 21	Commercial: 250	Government: 126	Military: 152

Tabela 1 – Satélites operacionais em órbita (Fonte: Union Concerned Scientists).³

A partir dos investimentos feitos, os satélites têm se tornado cada vez mais complexos, o que impõe uma redução em erros de projetos, construção e transporte de satélites. Dentro desta perspectiva, o custo para envio de um satélite artificial pode atingir valores substanciais. Observa-se que custos de lançamento, apesar de ainda serem altos, caíram de aproximadamente \$4.000 para \$1.300 por libra na última década, esse fato deveu-se especialmente a intervenção de companhias espaciais privadas (GENDOTTI, 2012).

³ Disponível em: http://www.ucsusa.org/nuclear-weapons/space-weapons/satellite-database.html#.Vkkoh_mrTIU. Acesso em outubro 2015.

Para Elon Musk (2004), CEO da Space Technologies Exploration (SPACEx), na próxima década será possível atingir preços de \$500 por libra ou até menos para lançamentos espaciais.

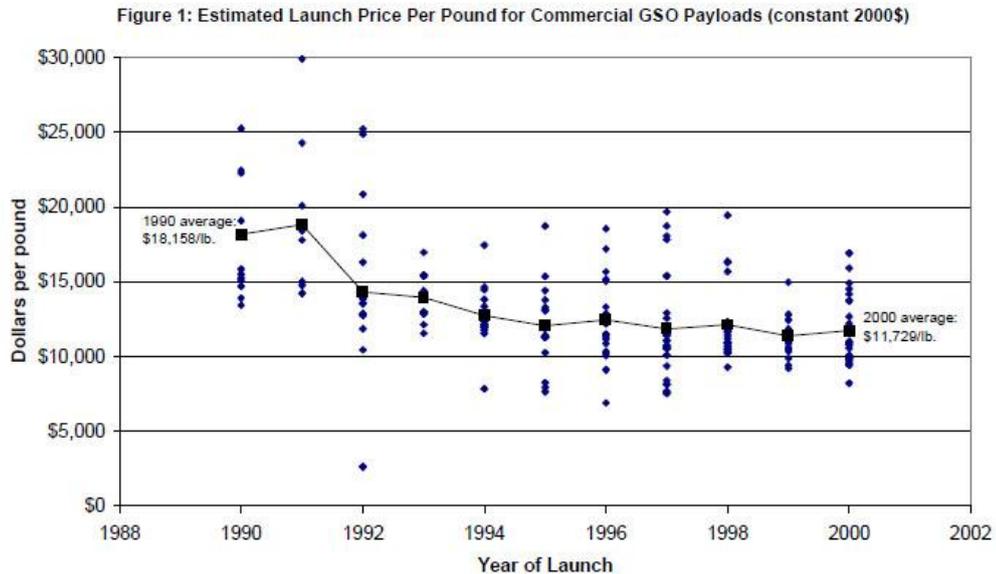


Tabela 2 – Estimativa de custos por libra para lançamento a órbitas geostacionárias. (Fonte: Site Illumin - University of Southern Califórnia).⁴

Missões de reparo e atualização de um satélite artificial em orbita foram unicamente realizadas no caso do Telescópio Hubble, o que elevou consideravelmente o custo envolvido na missão inicial. No caso do Hubble foram cinco missões de reparo e atualização, o que permitiu um aumento na sua vida útil. O sucessor do telescópio Hubble será provavelmente o James Webb Telescópio Espacial, com previsão de lançamento em 2018 e que já custou aos cofres de NASA e ESA o equivalente a 8.8 bilhões de dólares até o ano de 2013 (BBC, 2013).

Para a empresa Globalcom (GENDATTI, 2012), o custo de um satélite não se limita apenas aos gastos com lançamento, mas também com seus projetos, construção e monitoramento, portanto, um satélite pode custar muito dinheiro.

Um satélite capaz de monitorar e perseguir furacões, por exemplo, tem preço na casa do 290 milhões de dólares, já um satélite com tecnologia antimíssil (missile-warning device) pode chegar aos 400 milhões de dólares. Todo o material utilizado, bem como os equipamentos dentro da estrutura de um satélite precisam ser otimizados e manufaturados de forma precisa para evitar defeitos como o do Hubble.

⁴ Disponível em: <https://illumin.usc.edu/257/space-based-solar-power-a-new-path-towards-sustainable-clean-energy/>. Acesso em outubro 2015.

Outro dado de interesse diz respeito a missões tripuladas, que podem atingir a cifra dos 500 milhões de dólares (GLOBALCOM, 2015).

Com um investimento tão alto, o esperado é que o satélite possa operar pelo máximo de tempo possível, produzindo resultados satisfatórios. Além de toda perturbação que uma orbita pode sofrer como efeitos de gravidade, arrasto, pressão solar, um fato dos fatos que não é estimado são os detritos espaciais. O lixo espacial, outro nome que se dá ao acúmulo dos detritos, é composto por restos de foguetes e satélites fora de uso que vão circundando a orbita terrestre (ZOLFAGHARIFARD, 2013).

Sabe-se que em 2013, eram estimados cerca de 22.000 pedaços de detritos capazes de serem rastreados por bases na superfície terrestre (ZOLFAGHARIFARD, 2013). Existem outros pequenos pedaços de lixo espacial de menor proporção, totalizando cerca de 370.000 pedaços de lixo orbitando nosso planeta, alguns deles conseguem atingir velocidade de até 35000 quilômetros/hora. Apesar de por definição serem apenas lixo, tais detritos têm se tornado um obstáculo para novos satélites em orbita (ZOLFAGHARIFARD, 2013).

Com um número de detritos tão grande colisões podem ocorrer, algumas intencionais outras acidentais. A primeira colisão acidental de dois satélites inteiros se deu em 2009, entre o satélite desativado russo Kosmos-2251 e o ainda funcional satélite Iridium 33. A colisão ocorreu a uma velocidade acima dos 40.000 km/h, destruindo ambas as estruturas aeroespaciais (BBC, 2013). Algumas outras colisões já ocorreram, principalmente entre algum tipo de detrito e um satélite operante, tais como (BBC,2013):

- Colisão entre o satélite de reconhecimento francês Cerise e detritos de um foguete Ariane, em 1996.
- Colisão entre detritos do satélite Fungyun FY-1C e o nano-satelite russo BLITS em 2013.
- Colisão entre dois CubeSats: NEE-01 Pegaso (Equador) e o CubeBug-1 (Argentina), também em 2013.

Alguns países tomando consciência dos prejuízos que podem ocorrer devido colisões desses tipos, começaram a fazer investimentos a fim de minimizar esses danos, um exemplo foi o Equador que investiu cerca de 700 mil dólares no CubeSat

Pegaso, pesando apenas 1.2 quilogramas, seu primeiro e único satélite em órbita (BBC, 2013).



Figura 3 – Representação dos 22000 pedaços de detrito que podem ser rastreados da superfície. (Fonte: DailyMail).⁵

Dessa ótica, tem-se uma necessidade da utilização de sistemas de controle capazes de responder bem ao ambiente externo no qual o satélite estará localizado, de forma a evitar colisões e ao mesmo tempo permitir o completo funcionamento para o qual o satélite foi projetado. Visando uma solução de custo mais baixo, e com resultados próximos a realidade, uma excelente alternativa é a modelagem computacional e posteriormente a utilização de uma plataforma experimental para avaliar os efeitos dos sensores e atuadores num ambiente com condições próximas a realidade do artefato espacial.

⁵ Disponível em: <http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-2523271/Image-reveals-disused-rockets-abandoned-satellites-orbit-Earth.html>. Acesso em outubro 2015.

1.2. OBJETIVO DO TRABALHO

1.2.1. Objetivo principal

Tem-se como uma necessidade crucial no projeto de um futuro satélite, o conhecimento prévio do seu comportamento em órbita. Como observado anteriormente, tais estruturas aeroespaciais envolvem um alto custo tanto no planejamento como em construção e transporte além de uma enorme gama de funcionalidades.

A partir da necessidade observada acima o trabalho busca a obtenção de um Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites – SSCAS, uma ferramenta capaz de fornecer dados suficientes para simulação e análise do controle e dinâmica da atitude de um satélite artificial.

1.2.2. Objetivos específicos

- Construir de referencial motivacional ao estudo de satélites;
- Analisar de componentes presentes em um satélite artificial;
- Desenvolver sistema equacional da dinâmica de satélites;
- Utilizar diferentes métodos de resolução para sistemas de controle;
- Investigar do desempenho de diferentes estratégias de controle disponíveis na literatura.

A primeira parte deste trabalho irá utilizar uma plataforma como modelo de satélite, e dessa forma obter todo o equacionamento e desenvolvimento computacional buscando a identificação de parâmetros para a estimativa da matriz de momento de inércia e o centro de gravidade da plataforma. Dessa forma é possível o balanceamento da plataforma do SSCAS para obter movimento de rotação livre de torque. O desenvolvimento e comparação entre diferentes métodos de controle se dará na segunda parte deste trabalho.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

De forma a tornar mais clara a divisão do trabalho, optou-se por dividir a revisão bibliográfica em quatro partes principais: 2.1 Modelagem e Simulação, que consiste na definição de forma sucinta dos conceitos importantes que serão utilizados ao longo do texto; 2.2 Modelagem de Satélites, área onde se procurou identificar as estratégias utilizadas ao longo da história para modelagem de satélites, bem como caracterizar componentes do satélite, 2.3 Desenvolvimento do equacionamento envolvido na dinâmica do satélite e 2.4 um breve resumo sobre o método de alocação de polos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MODELAGEM E SIMULAÇÃO

A necessidade de contenção de despesas tem introduzido na indústria uma tendência para realização de processos fortemente integrados. No âmbito destes processos, a validade de sua integração e sua operabilidade prática requerem a simulação de toda a planta com uso de modelos rigorosos. Em outras palavras, a tendência da indústria é de tornar processos cada vez mais integrados, e umas das opções existentes visando diminuir gastos e a simulação de todos esses processos conectados (SECCHI, 1995).

Quanto mais complexo um processo, existirá uma necessidade maior de técnicas de análise dos problemas associados com o projeto e sua operação. Análises modernas de processos envolvem modelos matemáticos, seguindo o raciocínio quanto mais complexo e rigoroso um processo o conjunto de equações resultantes será maior e de maior dificuldade de tratamento (equações não lineares, por exemplo); e naturalmente, irão existir diversos modelos matemáticos que conseguem resolver um mesmo sistema, cada um finamente ajustado para determinar certa condição no projeto, e a determinação do grau de detalhe depende do problema a ser resolvido e de dados disponíveis (SECCHI, 1995).

2.1.1 Conceitos básicos de modelagem e simulação

Segundo Secchi, (1995) existem certos conceitos e definições utilizadas no ambiente da simulação e modelagem, para um melhor entendimento da continuação do trabalho é necessária uma breve apresentação:

- **Processo:** arranjo de unidades de operação integradas entre si de uma maneira racional e sistemática;
- **Modelo:** descrição matemática de processos;
- **Modelos Matemáticos:** leis fundamentais da física/química;
- **Variável:** símbolo matemático;
- **Variável de estado:** descreve o comportamento do sistema;
- **Parâmetro:** uma propriedade do processo ou do seu ambiente, que pode assumir um valor conhecido ou ser estimado;
- **Condição inicial:** estado inicial do processo;

- **Condições de contorno:** delimitação do processo (restrição em algumas variáveis).



Figura 4: Fluxograma modelagem de um processo. (Fonte: próprio autor).

No contexto de uma modelagem de um processo, pode-se dividir em etapas a serem seguidas (SECCHI, 1995):

Descrição do processo e definição do problema: considera-se como parte importante para análise de um processo além do conhecimento dos fenômenos envolvidos, as suas causas e efeitos, mesmo que não seja possível estabelecer regras para a definição do problema.

Teoria e aplicação das leis fundamentais: a partir do momento que se entende o processo, é possível definir uma teoria que irá governar os seus fenômenos. Em geral as teorias estão disponíveis em diversas fontes publicadas ou não, porém, existem casos isolados onde não se existe uma teoria disponível, nestes casos procura-se postular uma ou várias teorias e testa-las mais tarde comparando a solução do modelo matemático com os resultados experimentais.

Equacionamento: nada mais é que a escrita de uma teoria em simbologia matemática.

Considerações: o julgamento que é realizado em relação as considerações a serem feitas é talvez o papel mais importante do engenheiro na modelagem. Um modelo extremamente rigoroso que incluem detalhes microscópicos de cada fenômeno é tão complexo que tomará um longo tempo para o seu desenvolvimento, podendo até ser intratável com os recursos atuais, deste modo deve-se ter um compromisso entre a rigorosa descrição, até a chegada de uma resposta suficientemente boa. Portanto, as considerações feitas devem ser listadas e analisadas cuidadosamente para assegurar que qualquer termo omitido é de fato insignificante durante toda a simulação do processo, se os mesmos não impõem limitações no modelo que deve se ter em mente ao buscar valores preditos. Deste modo frequentemente é possível eliminar equações por inteiro pelo simples fato de desprezar pequenas flutuações em certas variáveis intermediárias. Como resultado das considerações tem-se um conjunto menos complexo de equações a serem resolvidas.

Consistência: consiste em checar se o número de equações é igual ao número de variáveis a determinar (ou grau de liberdade igual a zero). Esta é uma tarefa importante para confirmar a consistência matemática do modelo. Para sistemas complexos e grandes, caso isto não aconteça, corre-se o risco do sistema está sub-especificado ou sobre especificado e até mesmo errado com a formulação do problema. Outra verificação que também se faz importante dentro deste tópico é a da consistência das unidades de medida de todos termos envolvidos nas equações.

Solução desejada: fazer a consideração das soluções requeridas do modelo é um passo necessário antes de suas obtenções propriamente ditas. Uma lista de vários casos requeridos e a informação que é esperada em cada caso podem revelar possíveis situações redundantes, auxiliando na etapa de simulação.

Matemática e computação: a natureza das equações do modelo é que determina o método para obtenção da solução a ser selecionado, seja ele analítico, numérico ou por inspeção. Embora existe uma variedade de métodos para a solução de um determinado conjunto de equações, deve se ter uma noção básica sobre a adequabilidade de cada método em função das características do problema a ser

resolvido; por exemplo, se um sistema de equações diferenciais ordinárias devem ser integradas através de métodos implícitos ou explícitos.

Solução e validação: o estudo e verificação das soluções obtidas do modelo matemático através de comparações com dados experimentais ou julgamentos de engenharia é considerado a última fase do desenvolvimento de modelos de um processo, nesta etapa qualquer solução não esperada deve ser racionalizada para assegurar que não ocorreram erros de computação.

2.2 MODELAGEM DE SATELITES

2.2.1 Histórico

Segundo Souza (1992) para investigar o desempenho de sistemas de controle de atitude de satélites, existem várias metodologias, dentre elas pode-se citar as plataformas experimentais, que são procedimentos que possuem uma grande vantagem que é a de permitir a representação da dinâmica do satélite, como exemplo, existe a investigação do comportamento dinâmico do amortecedor de nutação, que uma vez validada, é possível realizar experimento e simulações para avaliar sistema e estratégias de controles para satélites com dinâmica simples como a de um corpo rígido até configurações complexas envolvendo componentes flexíveis.

A utilização de bancadas de testes experimentais vem sendo associada à possibilidade de introduzir um maior grau de realismo do que a simulação, dentro desta perspectiva, existe o primeiro satélite brasileiro SCD-1, porém, sabe-se que ainda se sofre da dificuldade de reproduzir o ambiente de gravidade próxima de zero e livre de torque existente no espaço, extremamente relevante quando se trata de sistema com dinâmica complexa e controle de atitude com grande grau de precisão (FILHO, 2006).

Uma das formas mais comuns de aliviar o atrito de uma plataforma móvel e oferecendo assim um movimento próximo do livre do torque é a utilização de um filme de ar em um mancal, uma tecnologia que vem sendo utilizada na construção de plataformas para investigar a dinâmica e o controle de sistemas espaciais (FILHO, 2006).

Dentro deste âmbito, se entende que plataformas experimentais que podem realizar movimento de rotação em torno de três eixos são montagens mais complexas, caras e difíceis serem construídas, por requererem um mancal de rotação esférico, além disso, por razões das disposições dos equipamentos, somente um eixo pode ter movimento de rotação totalmente livre. Porém, dependendo das características dinâmicas e do sistema de controle que se deseja investigar, plataformas experimentais com movimento em torno de um só eixo, em geral em torno do eixo vertical, são mais simples de se construir e oferecem várias alternativas para estudar a dinâmica e o controle associados a este movimento (FILHO, 2006).

Para exemplificar tudo explicado até aqui sobre fenômenos não investigados experimentalmente antes do lançamento, podemos citar o efeito de dissipação de energia que alterou o movimento de rotação do satélite Explorer I (KAPLAN, 1976). Algum tempo mais tarde Peterson (1976), desenvolveu um experimento que permitiu estudar sobre a dissipação de energia.

Segundo Filho (2006), ainda é possível investigar através das plataformas experimentais e identificação de parâmetros de inércia da plataforma e conseqüentemente do satélite. Para se obter estimativas dos parâmetros inércias inicialmente se utiliza modelos em software de CAD.

Embora este método permita a inclusão de detalhes de componentes da plataforma, ainda apresenta dificuldades quando se trabalha com configurações mais complexas em 3 dimensões (3-D). A maneira de se confirmar os resultados obtidos por modelo de CAD é compará-los com resultados obtidos através de técnicas de estimação, em particular o método dos mínimos quadrados com processamento em lotes (batch) (FILHO, 2006).

Esta técnica foi usada com sucesso pelo simulador de satélites desenvolvido pelos seguintes pesquisadores:

- 1997 - Thurber;
- 2001 - Kim et al;
- 2001 - Agnes e Fulton.

Porém, para plataformas que estão sujeitas às mudanças dinâmicas com o tempo, como por exemplo, a mudança do seu centro de massa e dos seus

parâmetros de inércia, a aplicação de métodos de estimação de parâmetros em tempo real se torna mais apropriada.

Para exemplificar, podemos citar Tanygin e Williams que em 1997 desenvolveram um algoritmo baseado no método dos mínimos quadrados para identificar os parâmetros de massa de um veículo espacial em rotação durante manobras de atitude.

Entende-se que a utilização de plataformas experimentais é uma forma de se familiarizar e de melhor entender não só as dificuldades que surgem na modelagem, mas também na síntese de controladores para estruturas espaciais complexas (DICHMANN, 1998).

Procurando melhorar desempenho do controlador, abaixo serão citados estudos experimentais da dinâmica e do controle de satélites rígido-flexíveis

Outros estudos experimentais da dinâmica e do controle de satélites, onde aspectos ligados à identificação de parâmetros e a redução de modelos foram avaliados:

- 1989 – Inman;
- 1990 – Mook;
- 1997 – Juang;
- 1997 - Soares et al (a), (b);
- 2002, 2003, 2004 - Fenili.

A identificação experimental de parâmetros pode ser utilizada como uma técnica auxiliar no projeto do sistema de controle quando este tem severos requisitos de estabilidade e de desempenho, pois esta identificação pode fazer face aos erros existentes entre o modelo experimental e o modelo real (POSTLETHWAITE, et al, 1981; ROSENBROCK, 1972).

O problema de considerar estes erros como incertezas na planta iniciou-se quando se tentou estender os conceitos de estabilidade e desempenho de sistemas SISO (Single Input-Single Output) para sistemas MIMO (Multi Input- Multi Output) (SAFONOV, 1981).

Heise (1990) em um estudo feito sobre o sistema de controle de atitude de uma estrutura espacial flexível permitiu considerar incertezas com respeito à variação de parâmetros e a dinâmica não modelada, onde são otimizados o índice de performance do método LQG (Linear Quadratic Gaussian) e a norma H-infinito.

Embora o método LQG permita projetar controladores robustos à dinâmica não modelada, métodos para projetar controladores capazes de lidar adequadamente com incertezas paramétricas, em particular variação de parâmetros, só se tornaram disponíveis a partir do desenvolvimento do conceito de valor singular (DOYLE, 1982).

Uma generalização do método LQG/LTR (Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery) denominado de PRLQG (Parameter Robust Linear Quadratic Gaussian) foi proposto a fim de melhorar a robustez de estabilidade e reduzir a sensibilidade do sistema a variações dos parâmetros da planta (JOSHI, 1989).

Uma forma de se obter um sistema de controle que leva em consideração ambas as fontes de incertezas (paramétricas e não paramétricas) é através da utilização combinada dos métodos LQG/LTR e PRLQG (JOSHI, 1989).

2.2.2 Componentes Satélite

No caso analisado, como forma de obter todo o equacionamento matemático que descreverá de forma mais correta a dinâmica da plataforma tem-se para isso, que dimensionar como será a plataforma por si só: formato, componentes instalados. Nesse sentido, o Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites (SSCAS) consistirá de uma plataforma em formato discoide suportada por um mancal a ar. Tal equipamento permitirá revoluções em torno de seu eixo vertical (eixo z) em ambiente sem atrito, ou o mais próximo disso possível.

A plataforma em formato de disco pode suportar diversos equipamentos em sua superfície, como os componentes do sistema de controle de atitude com suas interfaces e conexões. Outros equipamentos que podem ser considerados são: sensores, atuadores, baterias, computadores. Nesse caso inicial serão considerados um giroscópio e as rodas de reação na base da plataforma simuladora. A figura abaixo representa um satélite com três rodas de reação, o que será buscado nesse presente trabalho. Da figura, nota-se que os componentes 11, 12 e 13 representam as rodas de reação fixas aos eixos da plataforma (HOLMES, 2001).

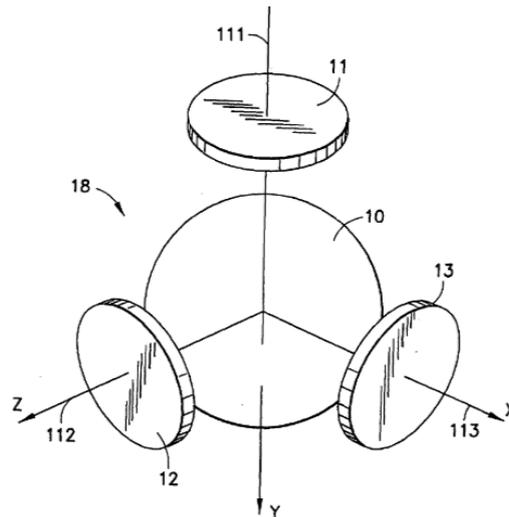


Figura 5: Esquemático da plataforma para controle de atitude com três rodas de reação. (Fonte: <http://www.google.com/patents/EP1114774A2?cl=en>).

As rodas de reação são usadas por estruturas aeroespaciais no intuito de realizar o controle de atitude sem usar combustível ou outro tipo de reação, são acionadas por motores elétricos. São extremamente uteis quando consideradas rotações de pequenos valores, tais como as usadas para manter um satélite apontado para uma estrela (NASA, 2001). São atuadores que exploram a lei de conservação de momento angular: quando a velocidade de rotação é alterada, causa ao satélite uma reação de girar no sentido contrário proporcionalmente, para aplicar torque sobre o corpo do satélite e vice-versa (FILHO, 2006). Rodas de reação são capazes apenas de rotacionar um dispositivo ao redor de seu centro de massa, não conseguindo mover a estrutura de uma região a outra. A figura 5 apresenta modelo de estrutura que adota três rodas de reação.

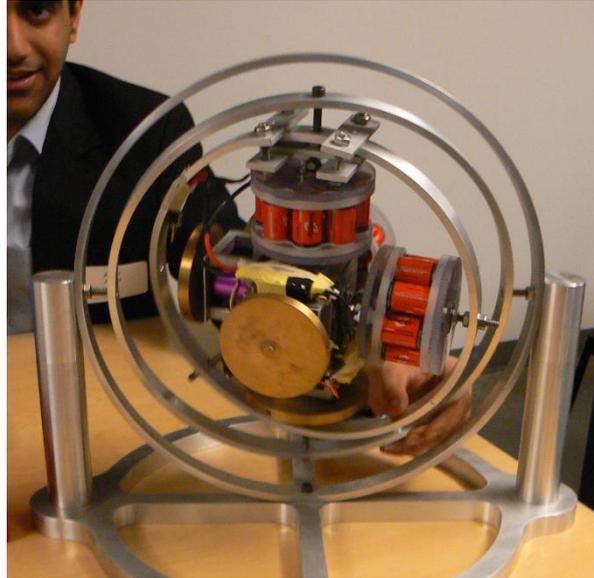


Figura 6 – Rodas de reação de 3 eixos. (FONTE: The University of British Columbia).⁶

O giroscópio é um sensor capaz de medir a velocidade angular do corpo do satélite em relação a um sistema de coordenadas inercial. O conjunto de roda de reação e giroscópio pode ser usado num sistema de controle em malha fechada para controlar a velocidade angular de eixo vertical da plataforma (FILHO, 2006). Para uma plataforma com três graus de liberdade, como na figura acima uma montagem possível utiliza 3 rodas de reação.

2.2.3 Órbita e Atitude

Como vimos até aqui aplicações de simulações são muito comuns para sistemas de controle de veículos espaciais. O controlador pode pertencer ao subsistema de controle de atitude e órbita (KANG et al., 1995). Portanto o conhecimento da órbita de um satélite artificial é fundamental para o sucesso da missão a qual ele se destina, tão importante quanto, é também o conhecimento da atitude. Essencialmente diferentes são estas determinações. Enquanto que a primeira se refere ao movimento translacional do centro de massa, a segunda refere-se ao movimento rotacional em torno do centro de massa, ambos de um corpo (SILVA, 2005)

⁶ Disponível em: http://teams.engineering.ubc.ca/events/event-showcase/2014_01_22_engteamshowcase_me-091/. Acesso em outubro 2015.

Em termos de precisão, tanto para determinação de órbita quanto para de atitude, são necessárias as observações adquiridas por meio de instrumentos de medidas sujeitos a erros, tais como: de alinhamento e de modelagem. Não obstante, outras fontes de erros também são relevantes em tais determinações, como por exemplo, os métodos matemáticos de determinação (SILVA, 2005).

Como viu-se acima a determinação de órbita é um processo para o conhecimento da magnitude; forma; orientação e posição num dado instante, que se refere à trajetória de um satélite artificial no espaço. Este processo envolve tarefas que vão desde a modelagem das acelerações agentes no satélite, passando pela escolha dos métodos de propagação, até o processamento de medidas para levantamento dos resultados para gerar-se os conhecimentos, com relação a órbita do satélite (KUGA et al, 2001).

Segundo Prado (2001), imediatamente após a colocação de um satélite em órbita da Terra, faz-se necessário observar a sua evolução observando suas tarefas, tais como: previsões de passagens (para apontamento de antenas parabólicas para telemetria e telecomando), rastreamento, manobras orbitais, etc.

Na ausência de perturbações o movimento de um satélite artificial é descrito somente pela força da atração gravitacional entre dois corpos, ou seja, isento de quaisquer outras acelerações. Desse modo o plano da sua órbita encontra-se permanentemente fixo em relação a um referencial inercial. Porém, um referencial inercial é somente uma idealização (ESCOBAL, 1965).

O movimento de um corpo, no caso um satélite artificial em torno de outro, neste caso a Terra, no espaço é modelado pela lei da gravitação universal ou lei do inverso quadrado (por Isaac Newton, 1687), de modo que o movimento do corpo descreve sua trajetória (ou órbita) nos domínios de uma seção cônica em torno do corpo central, que ocupa o ponto fixo, e que associado a uma reta fixa definem a métrica dessa cônica; simplesmente denominados foco e diretriz, respectivamente. O resultado relativo à trajetória deve-se a Johannes Kepler, o descobridor das três leis do movimento planetário (ESCOBAL, 1965).

Segundo LARSON e WERTZ (1992) os satélites artificiais descrevem orbitas elípticas em torno da terra e essas orbitas são definidas por parâmetros conhecidos por elementos orbitais, como se vê na figura abaixo:

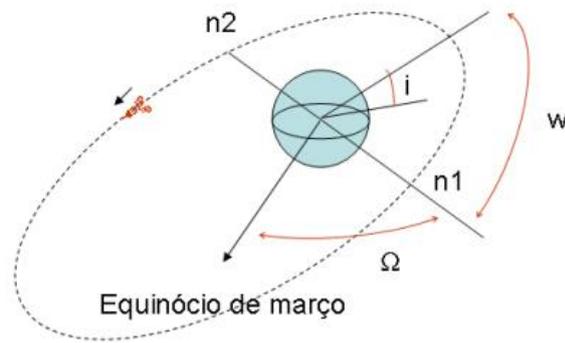


Figura 7: Componentes de uma órbita. (Fonte: HOFFMANN, 2009).

- Semi-eixo maior (a): é metade do eixo maior de uma elipse;
- Excentricidade (E): da elipse;
- Inclinação (i): é a distância angular entre o plano da órbita do satélite e o plano do equador. Para uma inclinação diferente de zero, existem dois pontos na órbita em que o satélite cruza o plano equatorial. Esses pontos são chamados de nodo ascendente $n1$ (quando a direção do movimento se dá do Sul para o norte) e nodo descendente $n2$ (quando a direção do movimento se dá do Norte para o sul);
- Argumento do perigeu (w): é a distância angular entre o perigeu e o nodo ascendente;
- Longitude do nodo ascendente (Ω): é a distância angular do nodo ascendente com o equinócio de março;
- Anomalia verdadeira (v): o ângulo que a posição do satélite faz com o perigeu.

Porém, para dar continuidade a este trabalho apenas o controle de atitude será abordado, onde se tem que a atitude de um satélite nada mais que a sua orientação no espaço.

Para Souza (2011), atualmente se sabe que o movimento de um satélite rígido possui 6 graus de liberdade (3 translações e 3 rotações) e é normalmente modelado por meio de 12 variáveis de estado. Sendo elas:

- Movimento de translação do centro de massa: 3 Posições + 3 Velocidades lineares.

- Movimento de rotação em torno do centro de massa: 3 Ângulos + 3 Velocidades angulares.

Portanto, a determinação de atitude é um processo de cálculo da orientação de um satélite artificial em relação a um referencial inercial, por meio das observações realizadas por sensores (SOUZA, 2011). É necessário conhecer a atitude de um satélite para orientá-lo corretamente no espaço. As observações obtidas pelos sensores formam a base necessária para a determinação de atitude. Esta pode ser feita por métodos determinísticos ou não determinísticos. Dentre estes últimos, destacam-se o estimador de Mínimos Quadrados e o filtro de Kalman (HOFFMANN, 2009).

Uma modelagem da dinâmica de atitude que melhor represente a realidade do movimento rotacional de um satélite artificial no espaço deve incluir os efeitos de torques externos que perturbam o momento angular deste satélite, tais como: gradiente de gravidade, pressão de radiação solar, campo geomagnético, pressão aerodinâmica e os impactos de meteoritos (HOFFMANN, 2009).

A grande maioria dos satélites em órbita utiliza um sistema de controle dito embarcado, pelo qual a determinação e o controle da atitude são realizados de forma autônoma e independente por uma eletrônica (geralmente baseada em microcomputadores) a bordo da espaçonave. Manobras de atitude e órbita, quando necessárias, são realizadas através de comandos provindos de Terra, e interpretados e supervisionados pelo computador de controle (SOUZA, 2011).

O controle de atitude é, entretanto, realizado automaticamente a bordo, em malha fechada, alguns conceitos aqui mencionados serão melhor explicados posteriormente nesse trabalho. As informações provindas dos sensores de atitude são processadas e filtradas por um estimador de estado, que as compara, a seguir, com uma referência previamente comandada (por exemplo, um apontamento geocêntrico). Os erros entre o estado estimado e a referência serão então usados pelo algoritmo do controlador, e este deverá acionar os atuadores de forma adequada, no sentido de reduzir ou eliminar estes erros. Os componentes embarcados são usualmente classificados em: sensores, atuadores, software e eletrônica (KUGA, et al., 2001).

A figura abaixo, apresenta de forma esquemática como se dá o controle de atitude e orbita para um satélite. Os sensores de posição e velocidade geram medidas que fornecem alguns parâmetros do sistema de controle. Tais parâmetros

são enviados a um estimador de estados que analisará os valores e efeitos desses sinais, e emitirá um comando de controle, o controle é direcionado aos atuadores que irão gerar algum efeito buscando direcionar os valores mensurados nos sensores para valores que se deseja atingir.

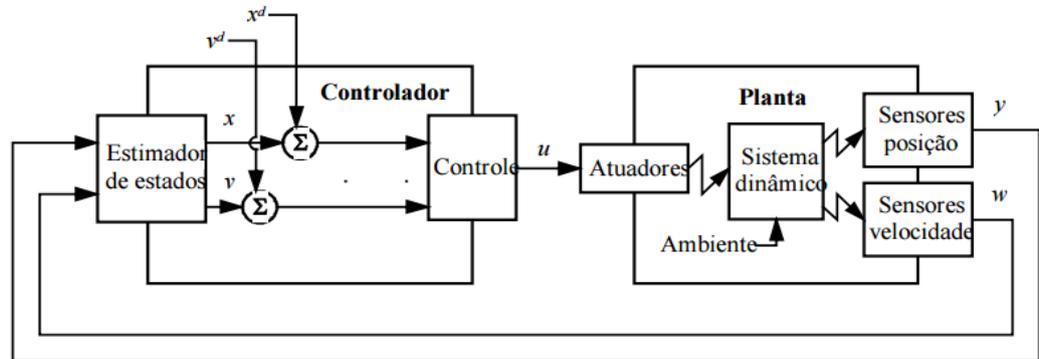


Figura 8: Diagrama de blocos para um sistema de controle de atitude e órbita. (FONTE: INPE).

Esse diagrama representa um modelo ideal de controle de órbita e atitude de satélites, apresentando de forma bem próxima a um controle real. O intuito do presente trabalho é apresentar um modelo matemático com equações que irão reger o problema da dinâmica de atitude, bem como fornece alguns parâmetros que podem e devem ser utilizados para construção de futura bancada experimental do Sistema de Controle de Atitude.

2.3 MODELO MATEMÁTICO

A figura abaixo representa o modelo de satélite através do qual as equações matemáticas poderão ser deduzidas. O sistema de coordenadas (x, y, z) está fixo na base da plataforma do satélite com origem no centro de rotação da base. As rodas de reação possuem seus sistemas de coordenadas com origem nos seus respectivos centros de massa ou CM's e alinhados com seus respectivos eixos de rotação, tais sistemas são dados por: (x_1, y_1, z_1) para a roda de reação 1; (x_2, y_2, z_2) para a roda de reação 2 e finalmente (x_3, y_3, z_3) para a roda de reação 3.

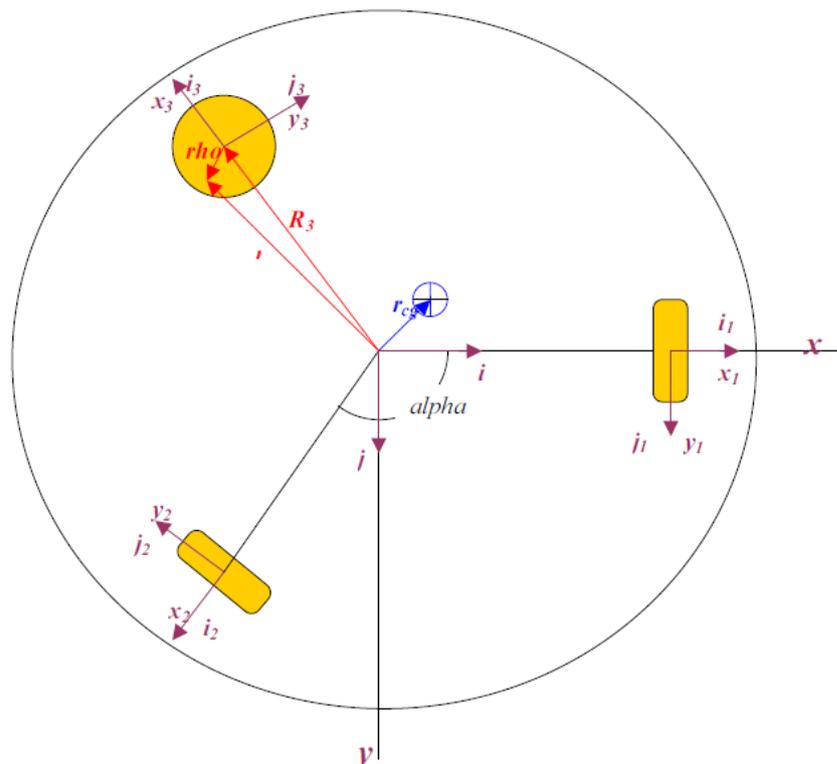


Figura 9: Modelo da configuração da plataforma com as rodas de reação. (FONTE: Filho, 2006).

Também na figura, é possível identificar os vetores $\overrightarrow{R_{1,2,3}}$ que indicam a posição do centro de massa das rodas de reação, bem como o vetor \vec{r} que dá a posição do elemento de massa dm em relação ao sistema de coordenadas (x, y, z) . O vetor $\overrightarrow{\rho_{1,2,3}}$ indica a posição dos elementos de massa dm em relação aos respectivos sistemas de coordenadas das rodas de reação $(x, y, z)_{1,2,3}$.

Para o sistema de coordenadas da base (x, y, z) sua velocidade angular absoluta será dada por \overrightarrow{W} . Já para o sistema de coordenadas das rodas $(x, y, z)_{1,2,3}$, a velocidade angular com relação ao sistema de coordenadas da base (x, y, z) será representada por $\overrightarrow{w_1}, \overrightarrow{w_2}$ e $\overrightarrow{w_3}$. No modelo de satélite considerado a outro parâmetro de projeto, o ângulo alfa, que será considerado 90° durante o desenvolvimento equacional.

Dividiu-se as equações de movimento em três subpartes:

- Quantidade de movimento angular da base da plataforma onde o sistema de coordenadas (x, y, z) está fixo.
- Quantidade de movimento angular das rodas de reação, onde tem-se $(x, y, z)_{1,2,3}$ estão fixos.

- Cinemática relacionada as velocidade de rotação do sistema de coordenadas fixo a base da plataforma com a atitude do sistema de coordenadas fixo a terra $(X, Y, Z)_{Terra}$, cuja origem é comum ao sistema de coordenadas (x, y, z) .

De inicio, tem-se o desenvolvimento das equações que descrevem o movimento da base da plataforma. Sabendo-se que a base da plataforma não translada com relação ao sistema de coordenadas inercial, a equação do momento angular será dada por:

$$\vec{H} = \int (\vec{r} \times \vec{v}) dm \quad (1)$$

Onde o vetor \vec{v} é a velocidade absoluta de cada elemento de massa infinitesimal dm . Dessa forma, para toda a plataforma tem-se:

$$\vec{H} = \int_{base} (\vec{r} \times \vec{v}) dm + \int_{RR\ 1} (\vec{r} \times \vec{v}) dm + \int_{RR\ 2} (\vec{r} \times \vec{v}) dm + \int_{RR\ 3} (\vec{r} \times \vec{v}) dm \quad (2)$$

A velocidade absoluta dos elementos de massa para a base é:

$$\vec{v} = \vec{W} \times \vec{r} \quad (3)$$

Já a velocidade absoluta para as rodas de reação, pois além de rotacionarem em torno de seus próprios eixos também rotacionam em torno do sistema de coordenadas inercial:

$$\vec{v} = \vec{W} \times \vec{R}_i + \vec{w}_i \times \vec{\rho}_i \quad (4)$$

Substituindo as equações (3) e (4) em (2), obtém-se:

$$\vec{H} = \int_{base} \vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{r}) dm + \sum_{i=1}^3 \int_{Roda} \vec{\rho}_i \times (\vec{W} \times \vec{R}_i + \vec{w}_i \times \vec{\rho}_i) dm \quad (5)$$

$$\vec{H} = \int_{Base} \vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{r}) dm + \sum_{i=1}^3 \int_{Roda} \vec{\rho}_i \times (\vec{W} \times \vec{R}_i) dm + \sum_{i=1}^3 \int_{Roda} \vec{\rho}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{\rho}_i) dm \quad (6)$$

Da equação 6, pode-se juntar os dois primeiros termos, de forma a obter o momento angular total da plataforma com velocidade angular \vec{W} . Dessa forma, após a junção dos termos, obtém-se:

$$\vec{H} = \vec{h} + \sum_{i=1}^3 \int_{Roda} \vec{\rho}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{\rho}_i) dm \quad (7)$$

A equação 7 representa a soma do momento angular total da plataforma ao momento angular produzido pelas rodas de reação em torno de seus próprios eixos com velocidade angular relativa ao eixo (x, y, z) e dada por \vec{w}_i .

Os vetores \vec{r} e $\vec{\rho}_i$ são os vetores posição, dados em função da posição (x, y, z) e os vetores \vec{W} e \vec{w}_i , funções do tempo:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (8)$$

$$\vec{\rho}_i = x_i\vec{i} + y_i\vec{j} + z_i\vec{k} \quad (9)$$

$$\vec{W} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k} \quad (10)$$

$$\vec{w}_i = w_x\vec{i} + w_y\vec{j} + w_z\vec{k} \quad (11)$$

Substituindo as equações nas integrais de momento angular:

$$\vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{r}) = \{[x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}] \times [(p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}) \times (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})]\} \quad (12)$$

$$(\vec{W} \times \vec{r}) = \det \begin{bmatrix} i & j & k \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = (qz - yr)i + (rx - zp)j + (py - xq)k \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{r}) &= \det \begin{bmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ qz - yr & rx - zp & py - xq \end{bmatrix} = [(y^2 + z^2)p - xy \cdot q - xz \cdot r]\vec{i} + \dots \\ &+ [(x^2 + z^2)q - zy \cdot r - xy \cdot p]\vec{j} + [(x^2 + y^2)r - xz \cdot p - zy \cdot q]\vec{k} \end{aligned} \quad (14)$$

De forma análoga, tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{\rho}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{\rho}_i) &= [(y^2 + z^2)w_x - xy \cdot w_y - xz \cdot w_z]\vec{i} + \dots \\ &+ [(x^2 + z^2)w_y - zy \cdot w_z - xy \cdot w_x]\vec{j} + [(x^2 + y^2)w_z - xz \cdot w_x - zy \cdot w_y]\vec{k} \end{aligned} \quad (15)$$

Por definição, as integrais dos termos de posição definem os momentos e produtos de inercia abaixo:

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int (y^2 + z^2) dm & I_{xy} &= I_{yx} = \int -xy dm \\ I_{yy} &= \int (x^2 + z^2) dm & I_{xz} &= I_{zx} = \int -xz dm \\ I_{zz} &= \int (x^2 + y^2) dm & I_{yz} &= I_{zy} = \int -zy dm \end{aligned}$$

Tendo a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa do corpo, os produtos de inercia se anulam, o que acontece para as rodas de reação, mas não ocorre para toda a base da plataforma o que simplifica as equações de movimento:

$$\vec{h} = (I_{xx}p + I_{xy}q + I_{xz}r)\vec{i} + (I_{yx}p + I_{yy}q + I_{yz}r)\vec{j} + (I_{zx}p + I_{zy}q + I_{zz}r)\vec{k} \quad (16)$$

Outra simplificação advém do fato de que a velocidade de rotação das rodas de reação se dá em uma direção constante no tempo em relação ao sistema de coordenadas (x, y, z) .

Para a componente do momento angular na terceira roda de reação \vec{h}_3 considera-se a componente da velocidade na direção do eixo k do seu sistema de coordenadas.

$$\vec{h}_1 = I_{xx}w_x\vec{l}_1 = I_1w_1\vec{l}_1 \quad (17)$$

$$\vec{h}_2 = I_{xx}w_x\vec{l}_2 = I_1w_1\vec{l}_2 \quad (18)$$

$$\vec{h}_3 = I_{xx}w_x\vec{k}_3 = I_1w_1\vec{k}_3 \quad (19)$$

Para torques externos atuando, pode-se utilizar o Teorema de Euler, onde os torques atuantes serão equivalentes a derivada temporal do momento angular. O momento angular irá se conservar caso não existam torques externos.

$$\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{h}} + \dot{\vec{h}}_1 + \dot{\vec{h}}_2 + \dot{\vec{h}}_3 \quad (20)$$

Analisando apenas o termo $\dot{\vec{h}}$:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{h}} &= (I_{xx}\dot{p} + I_{xy}\dot{q} + I_{xz}\dot{r})\vec{i} + (I_{yx}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} + I_{yz}\dot{r})\vec{j} + (I_{zx}\dot{p} + I_{zy}\dot{q} + I_{zz}\dot{r})\vec{k} + \dots \\ &+ (I_{xx}p + I_{xy}q + I_{xz}r)\dot{\vec{i}} + (I_{yx}p + I_{yy}q + I_{yz}r)\dot{\vec{j}} + (I_{zx}p + I_{zy}q + I_{zz}r)\dot{\vec{k}} \end{aligned}$$

Tem-se que:

$$\dot{\vec{i}} = (\vec{W} \times \vec{i}) \quad (21)$$

$$\dot{\vec{j}} = (\vec{W} \times \vec{j}) \quad (22)$$

$$\dot{\vec{k}} = (\vec{W} \times \vec{k}) \quad (23)$$

Substituindo na equação acima, obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{h}} &= (I_{xx}\dot{p} + I_{xy}\dot{q} + I_{xz}\dot{r})\vec{i} + (I_{yx}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} + I_{yz}\dot{r})\vec{j} + (I_{zx}\dot{p} + I_{zy}\dot{q} + I_{zz}\dot{r})\vec{k} + \dots \\ &+ (I_{xx}p + I_{xy}q + I_{xz}r)(\vec{W} \times \vec{i}) + (I_{yx}p + I_{yy}q + I_{yz}r)(\vec{W} \times \vec{j}) \\ &+ (I_{zx}p + I_{zy}q + I_{zz}r)(\vec{W} \times \vec{k}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{h}} &= (I_{xx}\dot{p} + I_{xy}\dot{q} + I_{xz}\dot{r})\vec{i} + (I_{yx}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} + I_{yz}\dot{r})\vec{j} + (I_{zx}\dot{p} + I_{zy}\dot{q} + I_{zz}\dot{r})\vec{k} + \dots \\ &+ \vec{W} \times [(I_{xx}p + I_{xy}q + I_{xz}r)\vec{i} + (I_{yx}p + I_{yy}q + I_{yz}r)\vec{j} + (I_{zx}p + I_{zy}q + I_{zz}r)\vec{k}] \end{aligned} \quad (25)$$

Simplificando todos os termos, tem-se:

$$\dot{\vec{h}} = \left(\dot{\vec{h}} \right)_{relativo} + \vec{W} \times \vec{h} \quad (26)$$

Abrindo o somatório de $\dot{\vec{h}}_1 + \dot{\vec{h}}_2 + \dot{\vec{h}}_3$:

$$\dot{\vec{h}}_1 + \dot{\vec{h}}_2 + \dot{\vec{h}}_3 = I_1 w_1 \dot{\vec{t}}_1 + I_1 \dot{w}_1 \vec{t}_1 + I_2 w_2 \dot{\vec{t}}_2 + I_2 \dot{w}_2 \vec{t}_2 + I_3 w_3 \dot{\vec{k}}_3 + I_3 \dot{w}_3 \vec{k}_3 \quad (27)$$

Novamente, tem-se que:

$$\dot{\vec{t}}_1 = [(\vec{W} + \vec{w}_1) \times \vec{t}_1] \quad (28)$$

$$\dot{\vec{t}}_2 = [(\vec{W} + \vec{w}_2) \times \vec{t}_2] \quad (29)$$

$$\dot{\vec{k}}_3 = [(\vec{W} + \vec{w}_3) \times \vec{k}_3] \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{h}}_1 + \dot{\vec{h}}_2 + \dot{\vec{h}}_3 &= I_1 w_1 [(\vec{W} + \vec{w}_1) \times \vec{t}_1] + I_1 \dot{w}_1 \vec{t}_1 + I_2 w_2 [(\vec{W} + \vec{w}_2) \times \vec{t}_2] + I_2 \dot{w}_2 \vec{t}_2 \\ &+ I_3 w_3 [(\vec{W} + \vec{w}_3) \times \vec{k}_3] + I_3 \dot{w}_3 \vec{k}_3 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{h}}_1 + \dot{\vec{h}}_2 + \dot{\vec{h}}_3 &= I_1 w_1 (\vec{W} \times \vec{t}_1) + I_1 \dot{w}_1 \vec{t}_1 + I_2 w_2 (\vec{W} \times \vec{t}_2) + I_2 \dot{w}_2 \vec{t}_2 + I_3 w_3 (\vec{W} \\ &\times \vec{k}_3) + I_3 \dot{w}_3 \vec{k}_3 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\dot{\vec{h}}_1 + \dot{\vec{h}}_2 + \dot{\vec{h}}_3 = I_1 \dot{w}_1 \vec{t}_1 + I_2 \dot{w}_2 \vec{t}_2 + I_3 \dot{w}_3 \vec{k}_3 + \vec{W} \times (I_1 w_1 \vec{t}_1 + I_2 w_2 \vec{t}_2 + I_3 w_3 \vec{k}_3) \quad (33)$$

$$\sum_{i=1}^3 \dot{\vec{h}}_i = \sum_{i=1}^3 \left(\dot{\vec{h}}_i \right)_{relativo} + \vec{W} \times \left(\sum_{i=1}^3 \vec{h}_i \right) \quad (34)$$

Dado que I é função somente da posição, a derivada de \dot{I} não é calculada para nenhum dos termos, dado que os sistemas de coordenadas são fixos nos corpos. Considerando a plataforma um corpo rígido, tem-se $\dot{I} = 0$.

Aplicando o teorema de Euler, obtém-se as equações de movimento da plataforma:

$$\vec{T} = \dot{\vec{H}} \quad (35)$$

$$m(\vec{r}_{cg} \times \vec{g}) = (\dot{\vec{h}})_{relativo} + \vec{W} \times \vec{h} + \sum_{i=1}^3 (\dot{\vec{h}}_i)_{relativo} + \vec{W} \times \left(\sum_{i=1}^3 \vec{h}_i \right) \quad (36)$$

Para a continuação dos cálculos, é necessário a utilização da mesma base ortonormal para todos os termos da equação. Dessa forma, opta-se por escolher $\langle \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \rangle$ referente ao sistema de coordenadas (x,y,z), utilizando as substituições abaixo:

$$\vec{l}_1 = \vec{i} \quad (37)$$

$$\vec{l}_2 = \vec{j} \quad (38)$$

$$\vec{k}_3 = \vec{k} \quad (39)$$

$$\vec{g} = |\vec{g}|[-\sin \theta \vec{i} + \sin \phi \cos \theta \vec{j} + \cos \phi \cos \theta \vec{k}] \quad (40)$$

Na última equação observa-se a presença de θ, ϕ, ψ , conhecidos como ângulos de Euler que representam a atitude do sistema de coordenadas (x,y,z) em relação ao sistema de coordenadas inercial $(X, Y, Z)_{Terra}$. A equação correspondente a \vec{g} tem origem na matriz de rotação 321, que será mencionada posteriormente. Tal matriz retornará tal valor de \vec{g} , quando considerada apenas a componente em \vec{k} , ou seja, apenas a componente com sentido a direção da gravidade.

Considerando as rodas de reação, as equações de movimento serão dadas pela aplicação do Teorema de Euler, considerando o momento angular observado por esses atuadores em relação ao seu próprio eixo de rotação. Sua velocidade angular será dada pela velocidade angular relativa à base da plataforma \vec{w}_i somada a componente de velocidade angular absoluta da plataforma em relação ao eixo de rotação da roda de reação. Assim, o momento angular das rodas de reação nos seus eixos de rotação será:

$$Q_i = I_i(\vec{w}_i + \vec{W})\vec{l}_i \quad (41)$$

Aplicando as três rodas de reação:

$$Q_1 = I_1(\overline{w}_1 + \overline{W})\overline{i}_1 = I_1[w_1 + p] \quad (42)$$

$$Q_2 = I_2(\overline{w}_2 + \overline{W})\overline{i}_2 = I_2[w_2 + q] \quad (43)$$

$$Q_3 = I_3(\overline{w}_3 + \overline{W})\overline{k}_3 = I_3[w_3 + r] \quad (44)$$

Derivando no tempo, fornece as equações de movimento para as rodas:

$$\dot{Q}_1 = I_1[\dot{w}_1 + \dot{p}] = T_1 \quad (45)$$

$$\dot{Q}_2 = I_2[\dot{w}_2 + \dot{p} \cos \alpha + \dot{q} \sin \alpha] = T_2 \quad (46)$$

$$\dot{Q}_3 = I_3[\dot{w}_3 + \dot{r}] = T_3 \quad (47)$$

Os torques gerados pelas rodas de reação são internos a plataforma, logo T_1, T_2 e T_3 não alteram o momento angular total \vec{H} . O segundo termo, tem formato levemente diferente dos outros, pois foi obtido utilizando-se da decomposição dos termos em função do ângulo alfa, mostrado na representação da plataforma do satélite no início do subcapítulo.

O último conjunto de equações necessárias são as que descrevem a atitude da plataforma com relação ao sistema de coordenadas inercial $(X, Y, Z)_{Terra}$. Para tal será considerada uma matriz de rotação com a sequência 3-2-1 dos ângulos de Euler, dessa forma a matriz de cossenos diretores que dá a transformação dos vetores do sistema inercial para o sistema da plataforma de simulação (x, y, z) é:

$$R_{321} = \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{vmatrix} \quad (48)$$

As equações cinemáticas para a sequência de Euler que descrevem a atitude da plataforma serão, portanto:

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta [q \sin \phi + r \cos \phi] \quad (49)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (50)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} [q \sin \phi + r \cos \phi] \quad (51)$$

Nesse ponto do equacionamento todas as equações foram obtidas, bem como suas derivadas temporais. Dessa forma, organiza-se os termos de derivada de primeira ordem a esquerda e os de ordem zero a direita, formando um sistema de equações em sua forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} & 0 & 0 & 0 & I_1 & 0 & 0 \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} & 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I_{xx} - I_{zz})qr + I_{xy}pr - I_{xz}pq + I_{yz}(r^2 - q^2) + \dots I_2 w_2 r - I_3 w_3 q + mgr_y \cos \phi \cos \theta - mgr_z \sin \phi \cos \theta \\ (I_{zz} - I_{xx})pr + I_{yz}pq - I_{xy}qr + I_{xz}(p^2 - r^2) - I_1 w_1 r + I_3 w_3 p - mgr_x \cos \phi \cos \theta - mgr_z \sin \theta \\ (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xz}qr - I_{yz}pr + I_{xy}(q^2 - p^2) + I_1 w_1 q - I_2 w_2 p + mgr_x \sin \phi \cos \theta + mgr_y \sin \theta \\ p + \tan \theta [q \sin \phi + r \cos \phi] \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ \frac{1}{\cos \theta} [q \sin \phi + r \cos \phi] \\ \frac{T_1}{I_1} \\ \frac{T_2}{I_2} \\ \frac{T_3}{I_3} \end{pmatrix} \quad (52)$$

O sistema de equações obtido acima não é linear, como o método escolhido para o controle de atitude é para sistemas lineares invariantes no tempo (LTI), tem-se a necessidade de linearizar o sistema. Uma das formas de linearização é a das pequenas perturbações, com isso tem-se que:

$$\text{sen}(\theta) = \theta$$

$$\text{cos}(\theta) = 1$$

Dessa primeira hipótese também se conclui que os produtos de duas velocidades são desprezíveis se comparados a outros termos da matriz. Outra consideração a se fazer é $\vec{r}_{cg} = \vec{0}$, o que leva a conclusão que os produtos de inercia se anulam. Levando em consideração todas as hipóteses, o sistema se torna:

$$I_{xx}\dot{p} + I_1\dot{w}_1 = 0 \quad (53)$$

$$I_{yy}\dot{q} + I_2\dot{w}_2 = 0 \quad (54)$$

$$I_{zz}\dot{r} + I_3\dot{w}_3 = 0 \quad (55)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (56)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (57)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (58)$$

$$\dot{w}_1 = \frac{T_1}{I_1} - \dot{p} \quad (59)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{T_2}{I_2} - \dot{q} \quad (60)$$

$$\dot{w}_3 = \frac{T_3}{I_3} - \dot{r} \quad (61)$$

As três últimas equações serão inseridas nas três primeiras, o que gerará um sistema com todos os estados controláveis, objeto de estudo posteriormente neste trabalho. O sistema combinado ficará:

$$\dot{p}(I_{xx} - I_1) = -T_1 \quad (62)$$

$$\dot{q}(I_{yy} - I_2) = -T_2 \quad (63)$$

$$\dot{r}(I_{zz} - I_3) = -T_3 \quad (64)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (65)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (66)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (67)$$

Dessa forma, quando o sistema de equações acima é substituído no sistema inicial, obtém-se finalmente, as equações abaixo, que na sua forma vetor-matricial são:

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_1 - I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_2 - I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_3 - I_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} \quad (68)$$

O sistema acima representado, tem uma forma compacta, mostrada abaixo:

$$\{\dot{X}\} = [A]\{X\} + [B]\{u\} \quad (69)$$

3. SISTEMAS DE CONTROLE

3.1 TEORIA DE CONTROLE MODERNO

Tendo todo o modelo matemático que rege a dinâmica do controle de atitude do satélite desenvolvido, pode-se aplicar tal equacionamento a diferentes metodologias buscando obter respostas possíveis a diferentes condições que o sistema irá se sujeitar. O sistema de atitude aqui observado é do tipo MIMO: Multiple Inputs Multiple Output, ou seja, um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (OGATA, 1990).

A teoria de controle moderno visa simplificar e reduzir um sistema complexo, descrevendo o mesmo por meio de um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem, que irão formar um sistema de equações diferenciais vetor-matricial de primeira ordem. Assim, o sistema não irá ter sua complexidade ampliada caso o número de entradas ou saídas aumente (OGATA, 1990).

3.1.1 Variáveis de estado

De forma geral, as variáveis de estado de um sistema dinâmico qualquer, são as grandezas cujo conjunto de valores determina o estado de um sistema para qualquer instante de tempo $t \geq t_0$. Tem-se que se são necessárias n variáveis para a descrição completa do comportamento de um sistema dinâmico, então estas n

variáveis são um conjunto de variáveis de estado (FRANKLIN, POWEL e EMANNAEINI, 2003).

É bom notar que as variáveis de estados não necessitam ser quantidades fisicamente observáveis ou mensuráveis, essa liberdade de escolha é uma das vantagens do método de espaço de estados (FRANKLIN, POWEL e EMANNAEINI, 2003). Para exemplificar, o modelo linear aqui analisado possui 6 variáveis necessárias para sua descrição, logo um sistema com 6 variáveis de estado. O modelo que é buscado na teoria de controle moderno, é justamente o que a obtenção da equação diferencial de estado.

A análise de estados envolve três tipos de variáveis que estão presentes na modelagem de um sistema dinâmico: variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado (OGATA, 1990). Tem-se, que para um sistema qualquer utilizando variáveis de estado, é possível obter:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (70)$$

$$y = Cx + Du \quad (71)$$

Nas equações acima, tem-se que A é a matriz de estado, B é a matriz de entrada, C é a matriz de saída e D é a matriz de transmissão direta. Esse sistema, é representado em diagrama de blocos pela figura abaixo:

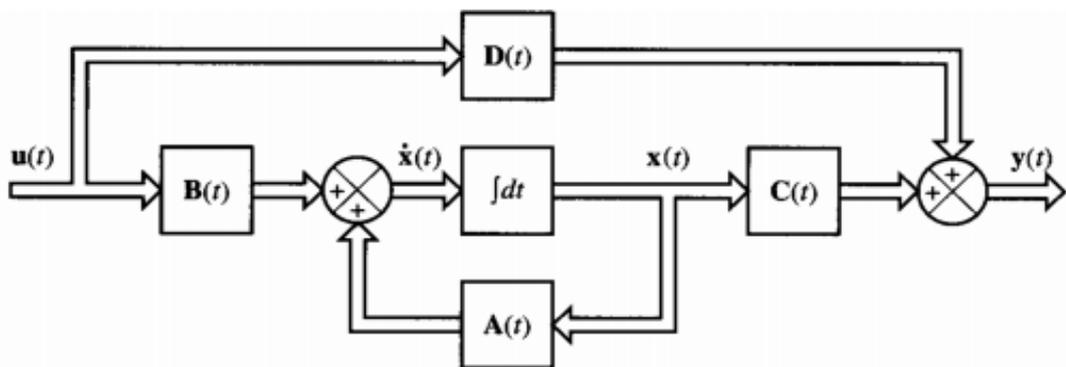


Figura 10: Diagrama de Blocos de um Sistema Linear representado no espaço de estados. (Fonte:)

3.1.2 Controlabilidade

Um sistema é dito controlável (completamente controlável, ou de estado controlável), quando é possível encontrar um controle que permita levar o sistema de um estado $x(t)$ para um estado $x(t + 1)$ em um intervalo de tempo finito. De forma mais geral, tem-se que se um sistema é “controlável”, então é possível leva-lo de qualquer estado inicial para qualquer estado final em tempo finito (LUYBEN).

Esse conceito será utilizado para determinação dos polos que serão utilizados nas implementações do sistema de controle futuras.

3.1.3 Malha aberta e Malha Fechada

O controle em malha aberta consiste na aplicação de um sinal de controle pré-determinado, esperando-se que ao final de um determinado tempo a variável controlada atinja um determinado valor ou apresente um determinado comportamento. Neste tipo de sistema de controle não são utilizadas informações sobre evolução do processo para a determinar o sinal de controle a ser aplicado em um determinado instante (SILVA et. al, 2000). Mais especificamente, o sinal de controle não é calculado a partir de uma medição do sinal de saída. A figura abaixo apresenta esquemático de um controle dado por malha aberta:

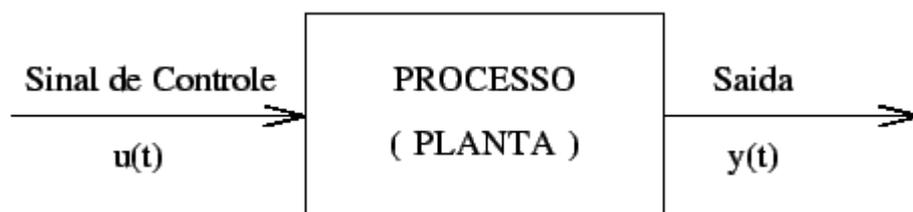


Figura 11: Esquema para controle em malha aberta. (FONTE: SILVA et. al, 2000).

No controle em malha fechada, informações sobre como a saída do controle está evoluindo são utilizadas para determinar o sinal de controle que deve ser aplicado ao processo em um instante específico. Isto é feito a partir de uma realimentação (retroalimentação, feedback) da saída para a entrada. Em geral, a fim de tornar o sistema mais preciso e de fazer com que ele reaja a perturbações externas, o sinal de saída é comparado com um sinal de referência e o desvio (erro) entre estes dois sinais é utilizado para determinar o sinal de controle que deve efetivamente ser aplicado ao processo (SILVA et. al, 2000).

Assim, o sinal de controle é determinado de forma a corrigir este desvio entre a saída e o sinal de referência. O dispositivo que utiliza o sinal de erro para determinar ou calcular o sinal de controle a ser aplicado à planta é chamado de controlador ou compensador. O diagrama básico de um sistema de controle em malha-fechada é mostrado na figura abaixo:

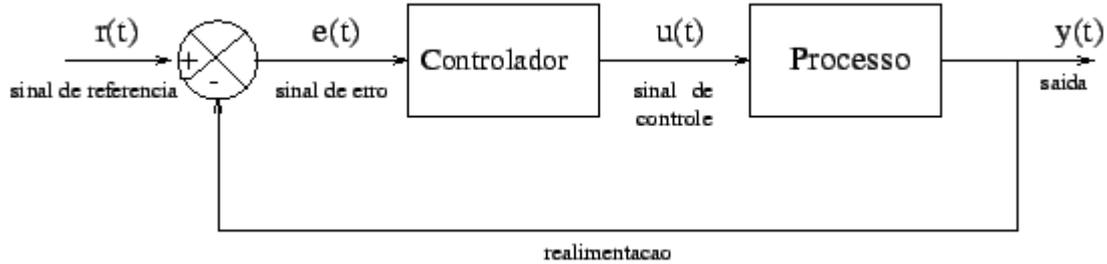


Figura 12: Esquema para controle em malha fechada. (FONTE: SILVA et. al, 2000).

Segundo Silva (2000), a utilização da realimentação e, portanto, do controle em malha fechada, permite entre outros:

- Amplificar a precisão do sistema.
- Rejeitar efeitos de perturbações externas.
- Melhorar a dinâmica do sistema e, eventualmente, estabilizar um sistema naturalmente instável em malha aberta.
- Diminuir a sensibilidade do sistema a variações dos parâmetros do processo, ou seja, tornar o sistema robusto

3.2 ALOCAÇÃO DE PÓLOS

Com o desenvolvimento equacional concluído, e com os conceitos iniciais de sistemas de controle apresentados, pode-se enfim analisar qual estratégia de controle será utilizada. Primeiramente, tem-se o método de alocação de polos. Neste método, admite-se que todas as variáveis de estado são mensuráveis e que estão disponíveis para realimentação. O método mostra que se o sistema considerado for de estado completamente controlável, então tem-se que os polos de malha fechada do sistema poderão ser alocados em qualquer posição desejada por meio de uma realimentação de estado, empregando matrizes de ganho apropriada (OGATA,

1990). A técnica de alocação de polos inicia-se com a determinação dos polos de malha fechada desejados em função de alguma especificação determinada. A escolha de uma matriz de ganho apropriada para realimentação de estado, possibilita forçar o sistema a ter polos de malha fechada na posição desejada.

Considere o sistema a controlar representado no espaço de estados por:

$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (72)$$

Supondo a existência de sensores ou medidores de todas as variáveis de estado em $x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]'$, podemos então usar elementos $x_1(t), \dots, x_n(t)$ para implementar a realimentação de estados. A saída $y(t) = Cx(t)$ pode ser reescrita com C igual a matriz identidade. Isso significa que $y(t) = x(t)$. Se cada uma das variáveis de estado $x_i(t)$ for empregada no controle através de um ganho k_i , haverá n ganhos k_i , representados pelo vetor $K = [k_1 \ \dots \ k_n]$ que podem ser ajustados para produzir os valores desejados dos polos de malha fechada através da formula:

$$u(t) = Kx(t) + r(t) \quad (73)$$

No qual $r(t)$ representa a entrada de referência (pode ser degrau, rampa, senoidal, ou outra entrada qualquer).

Para o desenvolvimento dos métodos aqui aplicados será considerado um sinal de referência nulo, ou seja $r(t) = 0$. Essa abordagem é responsável por duas definições importantes (OGATA, 1990):

- $r(t) = 0$ – Problema de Regulação.
- $r(t) \neq 0$ – Problema de Rastreamento.

Um estado de uma planta linear é dito controlável a partir de um estado inicial, se existir uma trajetória no espaço de estados que possa ser percorrida pelo sistema em malha fechada que consiga conduzir o sistema do estado em um tempo

inicial até o estado em um tempo final, em um intervalo de tempo finito (OGATA, 2003). Para um sistema completamente controlável essa condição tem que ser atendida por todos os estados da planta. Com essa condição satisfeita, pode-se obter o vetor de controle como sendo, onde K é a matriz de ganho da realimentação de estados:

$$\{u\} = -[K]\{X\} \quad (74)$$

Considerando o sistema linear obtido ao final do equacionamento, tem-se uma matriz $[K]$ com dimensões 3×6 (6 estados e 3 saídas):

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \end{bmatrix} \quad (75)$$

Na forma compacta, o sistema inicial dado na equação 68 se tornará (substituindo o vetor de controle):

$$\{\dot{X}\} = [A - BK]\{X\} \quad (76)$$

Assim como em qualquer sistema de controle, a forma compacta permite uma representação em blocos, que permite uma visualização melhor de todo o sistema. Para a equação acima, tem-se:

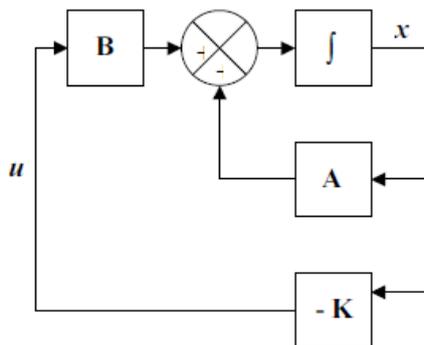


Figura 13: Diagrama de blocos para o sistema em malha fechada. (FONTE: FILHO,2006).

O próximo passo consiste na determinação dos fatores K, na matriz de ganhos de realimentação, que faz os polos de $[A - BK]$ serem aqueles escolhidos de forma arbitrária (representados na seção de simulação): p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 e p_6 . Para isso, seguiu-se a mesma metodologia proposta por Filho, em 2006.

1. Reescrever o sistema explicitando as entradas T_1, T_2 e T_3 .
2. Considerar uma entrada por vez, fazendo as outras entradas $T_i = 0$, e determinar as equações características do sistema.
3. Substituir os polos nas equações características, obtidas no segundo passo da metodologia.
4. A matriz de ganhos de realimentação $[K]$ é obtida resolvendo as equações obtidas no passo acima.

O sistema, após o passo 1, é expresso de forma matricial da seguinte forma:

$$\{\dot{X}\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{X\} \quad (77)$$

$$- \left(\begin{bmatrix} 1 \\ I_1 - I_{xx} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{13} \\ k_{14} \\ k_{15} \\ k_{16} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ I_2 - I_{yy} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{21} \\ k_{22} \\ k_{23} \\ k_{24} \\ k_{25} \\ k_{26} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ I_3 - I_{zz} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{31} \\ k_{32} \\ k_{33} \\ k_{34} \\ k_{35} \\ k_{36} \end{bmatrix}^T \right) \{X\}$$

Da mesma forma, do passo 2, consegue-se obter as equações características dos sistemas:

$$|sI - A + K_1 B_1| = 0 \quad (78)$$

$$|sI - A + K_2 B_2| = 0 \quad (79)$$

$$|sI - A + K_3 B_3| = 0 \quad (80)$$

3.2 REGULADOR LINEAR-QUADRÁTICO

O regulador linear quadrático LQR é um controlador ótimo quem vêm sendo amplamente difundido na literatura em diversas aplicações, que vão de controle de servomecanismos em robótica ao controle de processos químicos (KANIESKI, 2010). Isto se deve às suas excelentes características de desempenho bem como à sua simples implementação. Assim como na alocação de polos, o sistema a ser considerado aqui é dado na forma de:

$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Segundo Kanieski (2010), o controlador linear-quadrático é um sistema de controle ótimo, ou seja, busca minimizar alguma função do controle, ou algum gasto para controle. Tem-se então dois problemas a serem considerados:

- Problema de Erro de Rastreamento Mínimo: levar o sistema a um estado x_d desejável.
- Problema de Energia Mínima: usar o mínimo de energia para controlar o sistema.

Ainda existe uma terceira via, onde pode-se considerar um problema de minimização combinada, visando um rastreamento preciso e uma economia de energia para o controle do sistema. Assim, o objetivo é encontrar uma lei de controle $u = -K(t)x$ que minimize um custo funcional $J(x(t), u(t))$. Tem-se então a função custo definida abaixo, para o intervalo de tempo até o tempo final (TOGNETTI, 2014).

$$Jp = \int_0^T [x^T Q_c x + u^T R_c u] dt \quad (81)$$

As matrizes Q_c e R_c são as ponderações no vetor de estado e no vetor de controle, respectivamente. Os valores de Q_c e R_c podem ser atribuídos de maneira aleatória, sendo que, à medida que se alteram os valores dessas matrizes, são alteradas especificações do projeto (tempo de subida, valores de ultrapassagem). Assim, os valores escolhidos deverão ser aqueles que melhor se aproximem das respostas desejadas para o sistema dinâmico (SELOW, VEIGA, 2005).

De maneira geral, pode-se observar que valores para $R > Q$ tem-se uma maior ênfase na redução do esforço de controle. Dessa forma, o atuador gastará menos energia e provavelmente mais tempo para levar um estado a condição de referência determinada.

Os valores considerados para Q e R sempre fornecem um sistema estável independente dos valores a eles atribuídos, considerando um sistema de estados controláveis. Dessa forma, a matriz de ganhos K para o problema de otimização é obtida resolvendo a equação matricial algébrica de Riccati para um sistema LTI:

$$A^T P + PA - PBR_c^{-1}B^T P + Q_c = 0 \quad (82)$$

O ganho ótimo do controle será então dado por:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (83)$$

Para o sistema analisado neste trabalho, tomou-se a liberdade de obter respostas para diferentes valores de Q . Dessa forma, apresenta-se os ganhos e posteriormente os resultados para valores de:

$$Q = \text{Identidade}, 0.1 * \text{Identidade} \text{ e } 0.01 * \text{Identidade}.$$

Tais sistemas geraram diferentes valores para os ganhos, que estão representados abaixo:

$K =$

-1.8248	-0.0000	-0.0000	-1.0000	-0.0000	-0.0000
-0.0000	-1.8250	0.0000	-0.0000	-1.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	-2.2923	-0.0000	0.0000	-1.0000

Figura 14: Valores de K para $Q = \text{Identidade}$.

K =

-0.9147	0.0000	0	-0.3162	-0.0000	0
0.0000	-0.9149	0	-0.0000	-0.3162	0
0	0	-1.2023	0	0	-0.3162

Figura 15: Valores de K para Q = 0.1*Identidade.

K =

-0.4929	-0.0000	0	-0.1000	-0.0000	0
-0.0000	-0.4930	0	-0.0000	-0.1000	0
0	0	-0.6599	0	0	-0.1000

Figura 16: Valores de K para Q = 0.01*Identidade.

A simulação completa com os resultados obtidos, bem como sua discussão será vista posteriormente. Aqui apenas apresentou-se os valores para as matrizes de ganhos em tom de curiosidade.

3.3 CONTROLADOR LINEAR QUADRÁTICO GAUSSIANO

Devido à presença de ruído, é necessário que se faça uma filtragem de formar a obter uma informação mais confiável sobre os estados medidos na saída da planta. Para isso, adota-se o projeto de um controlador baseado na metodologia do Regulador Linear Gaussiano (LQG). O problema do regulador LQG pode ser descrito como sendo o de calcular uma lei de controle que mantenha o sistema estável e minimize um critério de erros quadráticos (BARÃO, 2010). Assim, tem-se que o sistema dinâmico com ruído se torna:

$$x = Ax + Bu + w \quad (84)$$

$$y = Cx + v \quad (85)$$

Considera-se assim as variáveis w e v como ruídos brancos de média nula sendo o valor w para as medidas e o valor v para o ruído da dinâmica. No problema LQG, deseja-se minimizar a função custo dada pela equação abaixo, bem similar a função custo presente no método LQR:

$$J_p = \int_0^T [X^T Q_f x + u^T R_f u] dt \quad (86)$$

Nesse caso, tem-se que Q_f é a matriz de covariância do ruído nas medidas e R_f é a matriz de covariância do ruído da dinâmica. Para solucionar um problema baseado no método LQG, pode-se dividir um problema principal em dois subproblemas (SANTANA et. al, 2010).

- Definir um controlador para o problema linear quadrático (LQR).
- Definir um filtro de Kalman para obter estimativas dos estados do sistema.

Com todo o equacionamento, também da parte de controle desenvolvido, pode-se partir para a implementação do programa.

4. SIMULAÇÃO

Para a simulação foi escolhido o programa Matlab R2013b, o código foi desenvolvido a partir das equações lineares, e a partir das matrizes de ganhos obtidas com as condições pré-determinadas. Visando uma resolução correta, existe a necessidade da determinação de certos parâmetros antes do início da simulação. Para isso, utilizou-se parâmetros utilizados por Filho (2006), que são apresentados abaixo em unidades do sistema internacional. Vale ressaltar que tais constantes assumiram os valores que o projetista determinar, utilizando assim o método mais adequado para aquisição de tais dados.

$$I_{xx} = 1.1667 \text{ kg} * \text{m}^2 \quad (87)$$

$$I_{yy} = 1.1671 \text{ kg} * \text{m}^2 \quad (88)$$

$$I_{zz} = 2.1291 \text{ kg} * \text{m}^2 \quad (89)$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = 1.792 \times 10^{-3} \text{ kg} * \text{m}^2 \quad (90)$$

No âmbito da alocação de polos, foram escolhidos três conjuntos de polos que irão gerar comportamentos diferentes. O primeiro e terceiro conjuntos visam expor o comportamento indesejável do sistema. O primeiro conjunto é dado por polos próximos ao eixo imaginário, originando pouco amortecimento e muita oscilação; já para o terceiro conjunto de polos que é longe do eixo imaginário, tem-

se grande fator de amortecimento e quase nenhuma oscilação. Os polos utilizados estão representados abaixo:

$$p_1 = \{-0.5 + i \quad -0.5 - i \quad -0.3 + i \quad -0.3 - i \quad -0.2 + i \quad -0.2 - i\} \quad (91)$$

$$p_2 = \{-2 + 0.3i \quad -2 - 0.3i \quad -2.25 + 0.3i \quad -2.25 - 0.3i \quad -2.5 + 0.3i \quad -2.5 - 0.3i\} \quad (92)$$

$$p_3 = \{-4 \quad -4 \quad -4.25 \quad -4.25 \quad -4.5 \quad -4.5\} \quad (93)$$

De Filho (2006), obtém-se finalmente a matrizes de ganhos de realimentação para cada conjunto de pólos, respectivamente:

$$[K_1] = \begin{bmatrix} -0.4660 & 0 & 0 & -1.2115 & 0 & 0 \\ 0 & -0.6992 & 0 & 0 & -1.2712 & 0 \\ 0 & 0 & -2.1273 & 0 & 0 & -2.6591 \end{bmatrix} \quad (94)$$

$$[K_2] = \begin{bmatrix} -5.8245 & 0 & 0 & -7.3855 & 0 & 0 \\ 0 & -5.2439 & 0 & 0 & -6.0042 & 0 \\ 0 & 0 & -8.5092 & 0 & 0 & -8.7007 \end{bmatrix} \quad (95)$$

$$[K_3] = \begin{bmatrix} -9.9017 & 0 & 0 & -20.9683 & 0 & 0 \\ 0 & -10.1964 & 0 & 0 & -22.2865 & 0 \\ 0 & 0 & -17.5503 & 0 & 0 & -36.1642 \end{bmatrix} \quad (96)$$

Finalmente, a condição inicial para os estados:

$$\{X_0\} = \left\{ 0 \quad \frac{5\pi}{180} \quad 0 \quad -\frac{20\pi}{180} \quad \frac{5\pi}{180} \quad -\frac{50\pi}{180} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (97)$$

Com isso, todas as ferramentas matemáticas necessárias estão prontas e deduzidas, inclusive com hipóteses já assumidas. Tornando a implementação da simulação possível.

4.1 Resultados para Alocação de Polos:

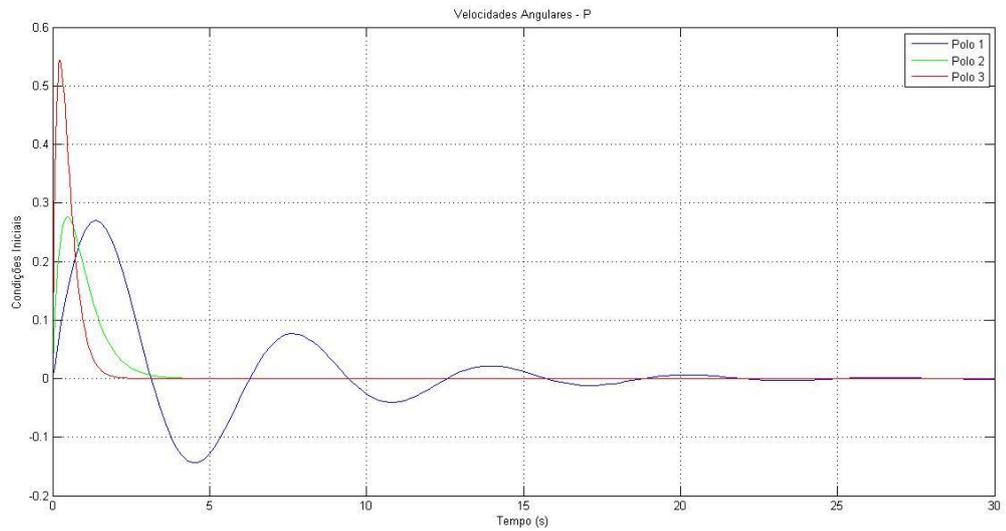


Figura 17: Velocidade Angular P para Alocação de Polos.

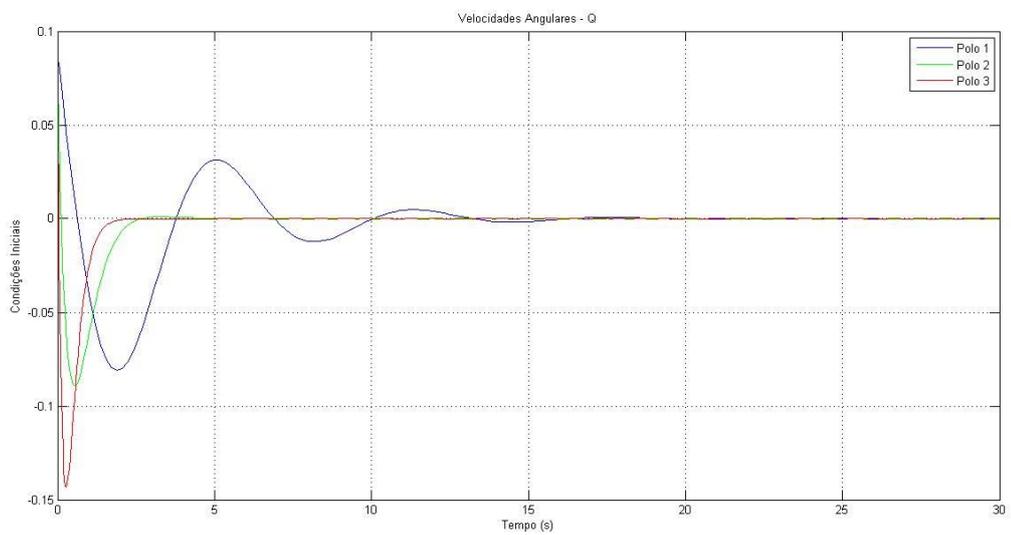


Figura 18: Velocidade Angular Q para Alocação de Polos.

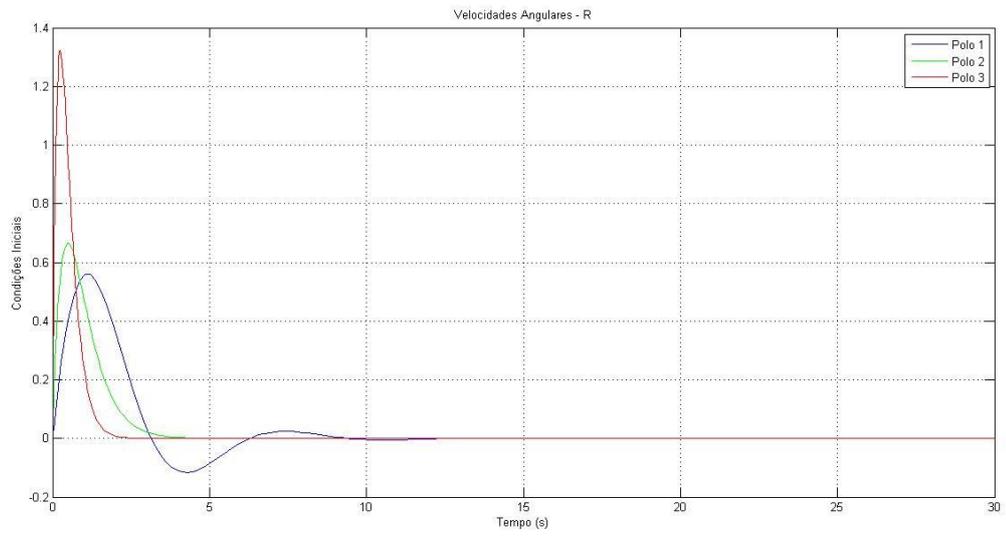


Figura 19: Velocidade Angular R para Alocação de Polos.

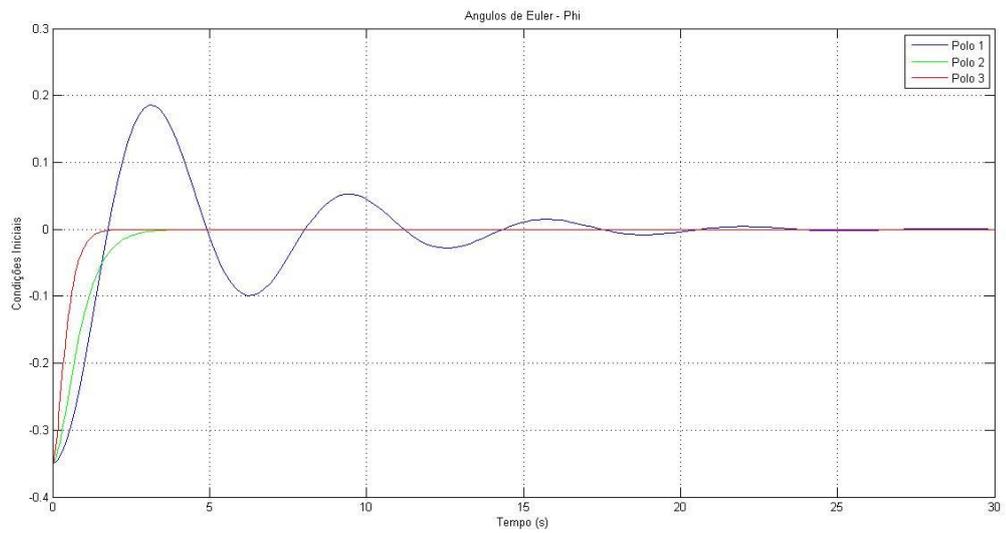


Figura 20: Ângulo ϕ para Alocação de Polos.

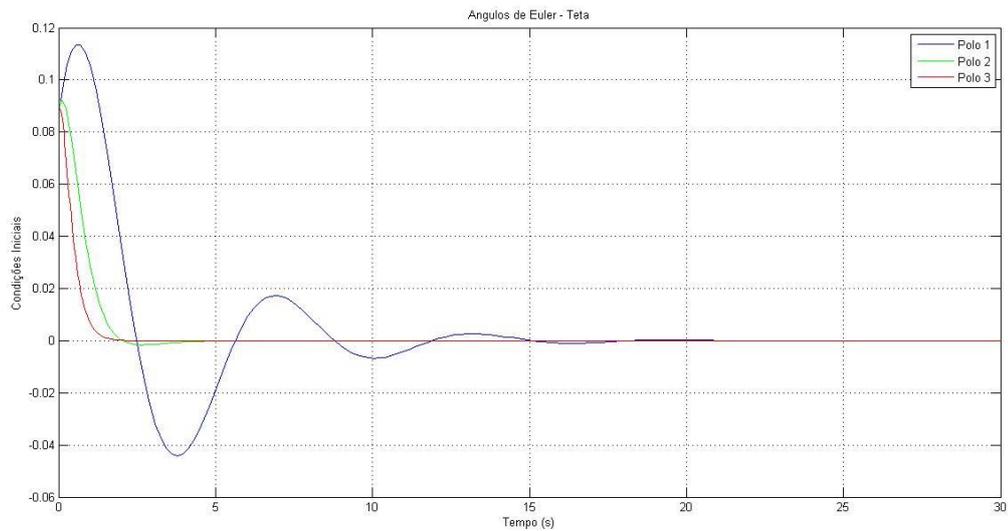


Figura 21: Ângulo θ para Alocação de Polos.

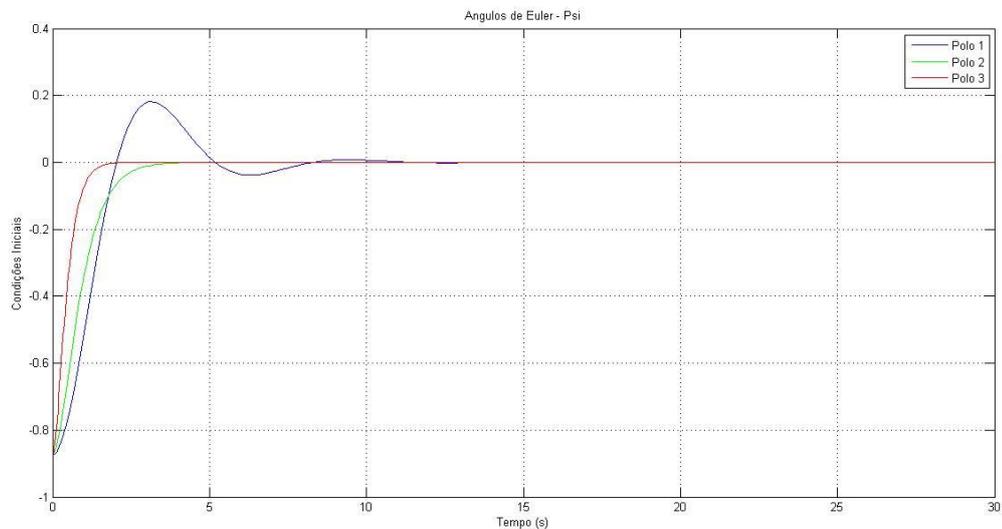


Figura 22: Ângulo ψ para Alocação de Polos.

Para o caso de alocação de polos, tem-se que todos os estados foram plotados utilizando os diferentes conjuntos de polos. Assim, tem-se as velocidades angulares e os ângulos por unidade de tempo para cada situação. Como esperado, o sistema observou o mesmo comportamento para cada conjunto de polos:

- Conjunto de polos 1: são polos próximos ao eixo imaginário, o que levaram a uma resposta do sistema com maior oscilação.

- Conjunto de polos 2: são os polos com valores próximos a um controle otimizado, tem-se comportamento entre os dois conjuntos de polos, mostrando-se solução entre dois extremos com quase nenhuma oscilação e menor esforço de controle para o sistema.
- Conjunto de polos 3: são os polos longe do eixo imaginário, tem-se grande fator de amortecimento e quase nenhuma oscilação, o que leva a um maior esforço de controle do sistema.

4.2 Resultados para Regulador Linear Quadrático

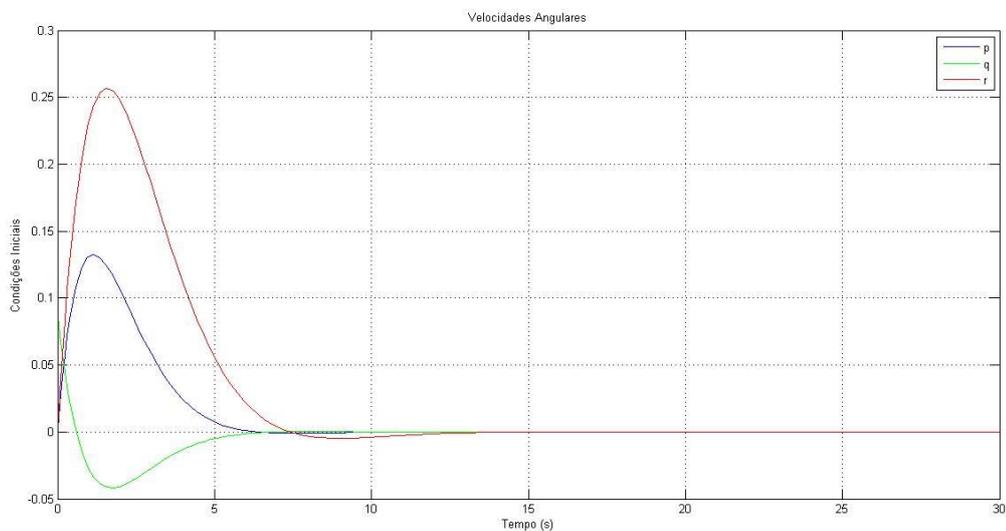


Figura 23: Velocidades Angulares para LQR (Q=Identidade).

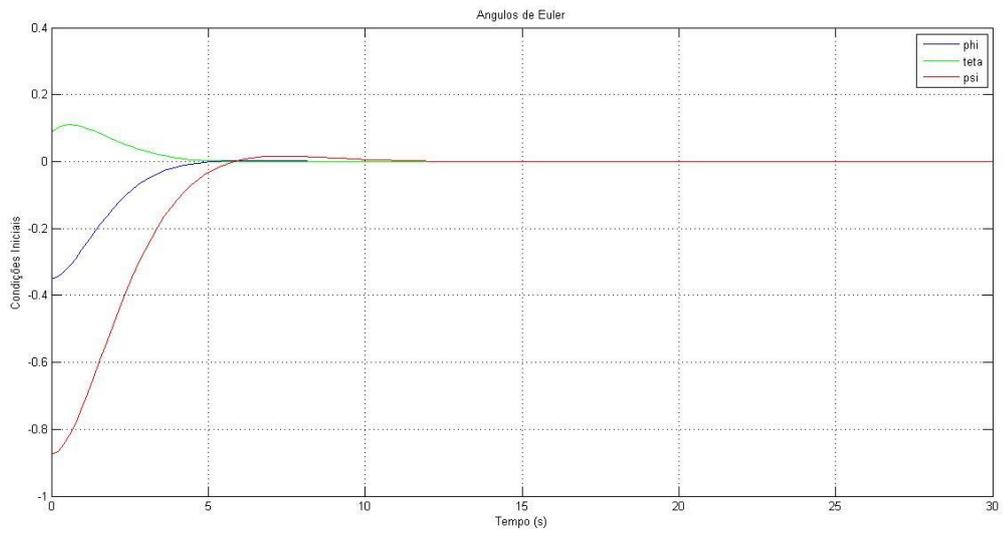


Figura 24: Ângulos para LQR ($Q=Identity$).

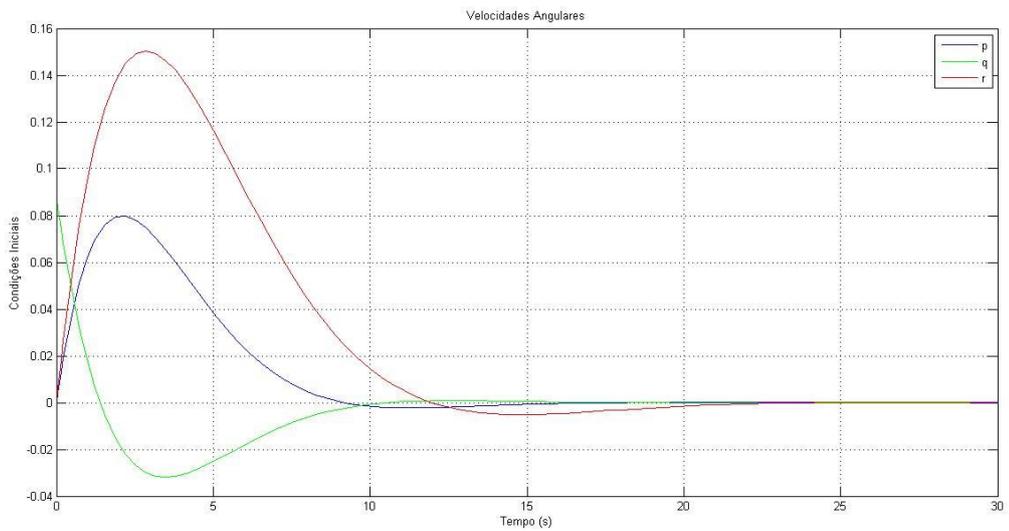


Figura 25: Velocidades Angulares para LQR ($Q=0.1*Identity$).

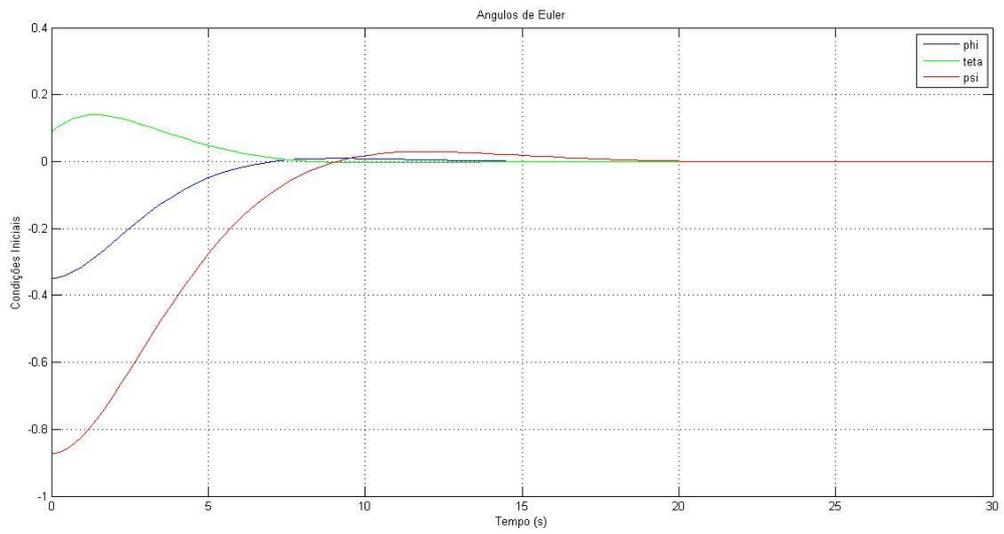


Figura 26: Ângulos para LQR ($Q=0.1 \cdot \text{Identidade}$).

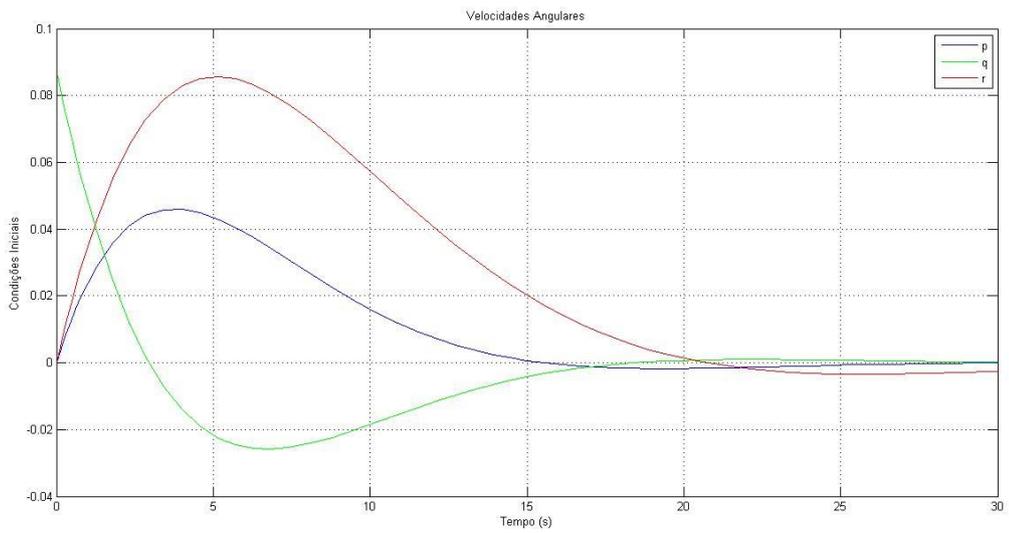


Figura 27: Velocidades Angulares para LQR ($Q=0.01 \cdot \text{Identidade}$).

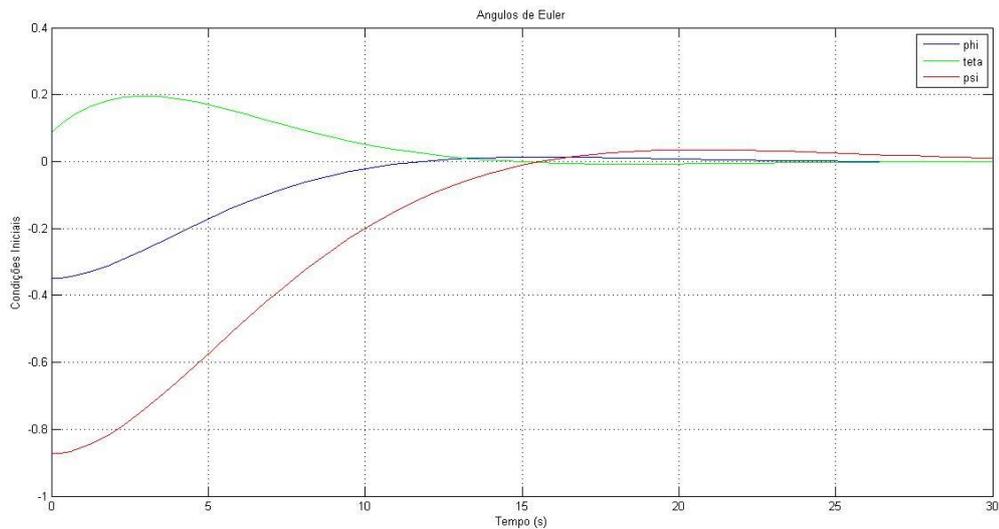


Figura 28: Ângulos para LQR ($Q=0.01 \cdot \text{Identidade}$).

Como já foi mencionado, para a implementação do LQR foram variados os valores de Q arbitrariamente (o valor de $R = 1$ foi mantido constante em todas as simulações), de forma a ver seus efeitos no sistema dinâmico. Assim, pode-se concluir que para valores de Q baixos, o sistema irá utilizar de menor esforço buscando o valor de referência. Entretanto, tal diminuição de esforço acarreta um intervalo de tempo maior. Ou seja, para o sistema atingir o valor de referência foi necessário um intervalo de tempo bem maior. Para $Q = \text{matriz Identidade}$, tem-se o menor espaço de tempo para que o sistema atinja o referencial predeterminado.

5. CONCLUSÃO

A primeira parte do trabalho constitui-se na realização do referencial bibliográfico referente a conceitos na metodologia de sistemas de controle, além disso, utilizando de hipóteses foi possível deduzir o equacionamento que rege a dinâmica de um satélite. Também, foi dada a devida importância aos fatores econômicos que atendem a necessidade de plataformas simuladoras de veículos aeroespaciais. Mostrou-se a realidade de um ambiente orbital, com a presença de milhões de detritos que podem comprometer o total funcionamento do satélite lançado e até mesmo inutiliza-lo.

Um ambiente que permita o teste experimental de diferentes tipos de atuadores, sensores e até mesmo diferentes tipos de metodologias de controle é o

que há de mais sofisticado no âmbito do controle de atitude. Permitindo uma larga economia de tempo e dinheiro, bem como a garantia de um funcionamento ainda mais preciso. Foi desenvolvido neste trabalho uma modelagem e simulação que serão de vital importância quando se considerar a plataforma experimental construída.

Da mesma forma, a modelagem aqui feita não leva em considerações algumas constantes que só poderão ser obtidas com a construção do equipamento para simulação do controle de atitude de um satélite, como momentos de inércia, ou variáveis relacionadas ao torque máximo gerado pelas rodas de reação.

Foi possível observar o comportamento do sistema dinâmico com pequenas mudanças, o que pode levar a um sistema que alcance de forma mais rápida um determinado estado de referência ou então um sistema que demande mais tempo, mas busque o menor esforço de controle. Tais variáveis se tornam disponíveis a gosto do projetista que poderá buscar as condições ideais para determinado projeto.

6. TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresenta toda a construção de modelo dinâmico, bem como construção de simulação virtual para o controle de atitude de satélites. Uma forma de expandir os conhecimentos aqui apresentados, bem como de validar o código é a construção de base experimental que possa simular o ambiente aqui apresentado. O programa em si, é capaz de prever certos comportamentos do sistema quando certas condições são verificadas. Outro ponto importante, é a correta configuração de todas as constantes, buscando o controle ótimo do sistema dinâmico atingindo valores de referência com o menor gasto de controle possível, ou a situação inversa. Em resumo, tem-se a necessidade da construção da base simuladora para verificação e validação do código aqui apresentado, bem como para correção de parâmetros estimados.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aaboe, Asger. *Episodes from the Early History of Astronomy*. Springer-Verlag 2001

Romano, Anthony F. (2005). "SPACE A Report on the Industry" (PDF). Defense Technical Information Center. Retrieved 15 May 2011.

Filho, G. T. C. Simulador de sistemas de controle de atitude de satélites SSCAS. Relatório final de iniciação científica. Escola de Engenharia de São Carlos – USP. São Carlos – SP – Julho 2006.

Doyle, J.C. e Stein, G., "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. AC-26, No. 1, pp. 4-16, 1981.

Kaplan. M. H, *Modern Spacecraft Dynamics and Control*, Johnh Wiley & Sons New Your ,1976.

Mook, D. J.; & Lew, J. S.– *The Journal of the Astronautical Sciences*. v.38, n.2, Apr-Jun., pp. 229-243, 1990.

Souza, L. C. G., "Dynamics and Robust Control for Uncertain Flexible Space System", PhD Thesis, Cranfield Institute of Technology, CoA, Cranfield, England, 1992.

Walker, Ben Baseley-. *Responsible launching: space security, technology, and emerging space states*. Março 2010.

BARÃO, Renato Casali. Algoritmo de controle ótimo quadrático com restrições. 1997. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, USP.

Peterson, R.L., "Air-Bering Spin Facility for Measuring Energy Dissipation". NASA TN-D-8346, Outubro, 1976.

Tanygin, S. e Williams, T., "Mass property estimation using coasting maneuvers", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 11, May-June, p. 625-632. 1997.

Dichmann, D. e Sedlak, J., "Test of a Flexible Spacecraft Dynamics Simulator". Published by AAS in *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 100 Part I, pp.501-526, paper AAS 98-340, Ed. Thomas H. Stengle, USA, 1998. ISBN 0-87703-453-2

Postlethwaite, I. ; Edmunds, J.M. ; MacFarlane, aG.J., "Principal Gains and Principal Phases in the Analysis of Linear Multivariable Feedback Systems," IEEE Trans. Auto. Contr., Vol.AC-26, No. 1. Pp. 32-46, 1981.

Rosenbrock, H.H., "The Stability of Multivariable Systems," IEEE Trans. Auto. Contr. , Vol.AC-17, No. 2, pp. 105-107, 1972.

Joshi, S.M., "Control of Large Flexible Space Structure," Vol. 131 of Lecture Notes in Control and Information Sciences, Ed. M. Thomas and A Wyner, Springer-Verlag, 1989.

Kuga, H. K.; Rao, K.R.; Prado, A.F.B.A. Introdução à determinação de órbita e manobras orbitais. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2001. p. 38-49.

Kuga, H. K. Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico. (INPE-3779- NTE/250). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1986. 13 p.

KANG, J.-Y.; KIM, J.-M.; CHUNG, S. J. Design and development of an advanced real-time satellite simulator. Electronics and Telecommunications Research Institute Journal, v. 7, n. 13, p. 14, 1995. 2

FRANKLIN, G.F.; POWEL, J.D.; EMAMI-NAEINI, A. 3rd. ed. Feedback control of dynamic systems. Boston: Addison-Wesley Longmann, 1993.

OGATA, K. Engenharia de controle moderno. 2. ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1990.

TOGNETTI, Eduardo Stockler. Controle Robusto: Análise e Controle via LMIs. 2014.

LUYBEN, W.L. Process modeling simulation and control for chemical engineers. 2nd.ed. McGraw- Hill.

ESCOBAL, P.R. Methods of orbit determination. New York: John Wiley & Sons, 1965.

LARSON, W. J.; WERTZ, J. R. (Ed.). Space Mission Analysis and Design. 2. ed.: Microcosm, Inc and Kluwer Academic Publishers, 1992. 5, 23

ZOLFAGHARIFARD, Ellie. We're surrounded by SPACE JUNK: Incredible image reveals the disused rockets and abandoned satellites that orbit Earth. Dezembro de 2013. Disponível em: <http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-2523271/Image-reveals-disused-rockets-abandoned-satellites-orbit-Earth.html>

Google Patentes. HOLMES, Thomas J.; RECKDAHL, Keith J.; TILLEY, Scott W. Patente de roda de reação em Dezembro de 2000. Disponível em: <http://www.google.com/patents/EP1114774A2?cl=en>

SILVA, João Manoel Gomes da; BAZANELLA, Alexandre Sanfelice. Ajuste de Controles PID. Abril de 2000. Disponível em: <http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila/apostila.html>

HOFFMANN L. T. Estudo de simuladores computacionais aplicados ao ciclo de desenvolvimento de plataformas orbitais. Exame de Qualificação - Gerenciamento e Engenharia de Sistemas Espaciais. INPE. São José dos

Campos, 2009. Disponível em:
<http://www.lac.inpe.br/~hoffmann/publicacoes/HoffmannQualificacao.pdf>

KANIESKI, João Marcos. Modelagem e controle LQR aplicado a um Condicionador de energia. 2010. 174f. Dissertação de Mestrado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, PR

SOUZA P. N. Subsistema de Controle de Atitude. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE São José dos Campos, SP Abril de 2011. Disponível em:

http://www.inpe.br/twiki/pub/Main/IntroducaoTecnologiaSatelites/170_Satelites_P2.2_v4.1_2011.pdf

GENDOTTI, Patrick. Space-Based Solar Power: A New Path Towards Sustainable, Clean Energy? 2012. Disponível em:
<https://illumin.usc.edu/257/space-based-solar-power-a-new-path-towards-sustainable-clean-energy/>

Empresa Globalcom. 2015. Disponível em:
<http://www.globalcomsatphone.com/hughesnet/satellite/costs.html>

SANTANA, Adrielle; FILHO, Luiz S. Martins; ARANTES, Gilberto DUARTE, Ricardo. Controle Digital de Atitude de Satélites Artificiais. 2010.

SILVA C. M. L. Estimação conjunta de órbita e atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação utilizando observações do magnetômetro e sensor solar. Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle. INPE São José dos Campos, 2005. Disponível em: <http://mtc-m16c.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/jeferson/2005/06.15.17.32/doc/publicacao.pdf>

BBC. Ecuador Pegasus satellite fears over space debris crash. Maio de 2013. Disponível em: <http://www.bbc.com/news/world-latin-america-22635671>

SELOW, Roberto; VEIGA, Sérgio Luiz. Controlador do Tipo LQG. 2005.

Elon Musk. “Senate Testimony – May 5, 2004” SpaceX. Disponível em:
<http://www.spacex.com/press.php?page=10>

Acessado em Novembro 2015:
https://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/story/index.html

Acessado em Outubro 2015:
<http://asd.gsfc.nasa.gov/archive/hubble/missions/sm1.html>

Acessado em Outubro de 2015:
<https://illumin.usc.edu/257/space-based-solar-power-a-new-path-towards-sustainable-clean-energy/>

Acessado em Outubro de 2015:
http://www.spacetelescope.org/about/general/fact_sheet/

Acessado em Outubro de 2015:
<http://www.globalcomsatphone.com/hughesnet/satellite/costs.html>

Acessado em Novembro de 2015: <http://www.bbc.com/news/science-environment-14625362>

Acessado em Novembro de 2015:
<http://www.orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/pdfs/ODQNV13i2.pdf>

Acessado em Novembro de 2015: <http://www.bbc.com/news/world-latin-america-22635671>

Acessado em Novembro de 2015:
<http://www3.ceunes.ufes.br/downloads/2/helderrocha-9-AulaDeSistemasRealimentadosProjetoEspacoDeEstado.pdf>

Acessado em Novembro de 2015:
http://saturn.jpl.nasa.gov/files/Spinning_World.pdf

Acessado em Novembro de 2015:
http://www.fem.unicamp.br/~em621/aulas/aula23/controlabilidade_alocacao_de_polos-2.pdf
<http://www.jpl.nasa.gov/jplhistory/early/firstsatellites.php>

Acessado em Novembro de 2015: http://www.ucsusa.org/nuclear-weapons/space-weapons/satellite-database.html#.Vksnp_mrTIV