



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia Automotiva**

**OTIMIZAÇÃO DE SUSPENSÕES VEÍCULARES PARA  
CONFORTO**

**Autor: Alex Vendramin Pereira  
Orientadora: Suzana Moreira Avila**

**Brasília, DF  
2017**



**ALEX VENDRAMIN PEREIRA**

**OTIMIZAÇÃO DE SUSPENSÕES VEÍCULARES PARA CONFORTO**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Automotiva da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva.

Orientadora: Suzana Moreira Avila D.Sc

**Brasília, DF  
2013**

## **CIP – Catalogação Internacional da Publicação\***

Vendramin, Alex.

Otimização de suspensões veiculares para conforto /  
Alex Vendramin Pereira. Brasília: UnB, 2017.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2017. Orientação: Suzana  
Moreira Ávila

1. Suspensão. 2. Vibração. 3. Conforto I. Avila, Suzana. II.  
Otimização de suspensões veiculares para conforto.

CDU Classificação

# **OTIMIZAÇÃO DE SUSPENSÕES VEÍCULARES PARA CONFORTO**

**Alex Vendramin Pereira**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em dd/mm/aa apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. D.Sc: Suzana Moreira Ávila, UnB/ FGA**  
Orientador

---

**Prof. D.Sc: Maria Alzira Araujo Nunes, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. D.Sc: Maura Angélica Milfont Shzu, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2017

## RESUMO

O aumento do conforto é uma das principais demandas da indústria automotiva da atualidade. Tornar o veículo mais confortável trata-se de um aspecto muito importante para a melhora de saúde e satisfação do condutor. A suspensão é um dos componentes automotivos mais ligados ao conforto. Desta maneira, a redução da transmissão do movimento da pista para o condutor é um dos pontos chave para alcançar um maior grau de conforto. Para isto, é necessário se utilizar de um modelo biodinâmico e um modelo de veículo. Técnicas de otimização tratam de maximizar ou minimizar um objetivo, que, no contexto, trata-se em minimizar a transferência de oscilações do solo para maximizar o conforto do passageiro. Este trabalho apresenta um modelo matemático de 3 Graus de liberdade, sendo 2 um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo e 1 referente ao modelo biodinâmico. São mostradas equações que levam à função de transferência. Segue-se então para exemplos numéricos, que utilizam parâmetros da literatura para a geração de gráficos de função de transferência.

**Palavras-chave:** Suspensão. Vibração. Conforto.

## ABSTRACT

The increase of comfort is one of the main demands of the present automobile industry. Making the vehicle more comfortable is a very important aspect for improvements on health and satisfaction of the driver. Suspension is one of the most linked automobile components to comfort. In this way, the reduction of the movement transfer from the track to the driver is one of the key points to achieve a greater degree of comfort. For this, it is necessary to use a biodynamic model and a vehicle model. Optimization techniques are about maximization or minimization of an objective, which, in context, are about minimizing the transfer of the oscillations of the ground to maximize the comfort of a passenger. This paper introduces a mathematic model of 3 Degrees of Freedom, which 2 are for the quarter model vehicle and 1 is for the biodynamic model. Equations that deduce the transfer function are shown. Then, it follows to numeric examples, that utilizes parameters from literature for the generation of transfer function graphics.

**Keywords:** Suspension. Vibration. Comfort.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>1</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>2</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>3</b>
<b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES</b> .....	<b>5</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>6</b>
1.1. JUSTIFICATIVA.....	7
1.2. OBJETIVOS.....	7
1.3. METODOLOGIA.....	8
1.4. ESTRUTURA.....	9
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>9</b>
2.1. SUSPENSÕES VEICULARES.....	9
2.1. NIVEIS DE VIBRAÇÃO E CONFORTO.....	11
2.3. MODELOS BIODINÂMICOS.....	15
2.4. CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO.....	19
2.5. ESTADO DA ARTE.....	22
<b>3 MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>26</b>
3.1. MODELAGEM.....	26
<b>4 EXEMPLOS NUMÉRICOS</b> .....	<b>29</b>
4.1. EXEMPLOS.....	29
<b>5. CONCLUSÕES PRELIMINARES</b> .....	<b>37</b>
5.1 – PERSPECTIVAS TCC 2.....	38
5.2 – CRONOGRAMA TCC 2.....	38
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>39</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>40</b>
ANEXO I: Código MATLAB (valores da figura 22).....	40





## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<i>Figura 1</i> – Um sistema de suspensão com molas helicoidais. Fonte: <a href="http://slideplayer.com.br/slide/7309546/">http://slideplayer.com.br/slide/7309546/</a> .....	10
<i>Figura 2</i> – Limites para nível reduzido de eficiência (fadiga). Fonte: ISO 2631.....	14
<i>Figura 3</i> – Modelo de vibração de NIAGEM e MALIK (1987).....	16
<i>Figura 4</i> – Faixas de frequência de ressonâncias do corpo humano (ANFLOR,2003).....	17
<i>Figura 5</i> – Modelo de 1 GDL COERMANN(1962).....	18
<i>Figura 6</i> – Modelo de BOILEAU e RAKHEJA (1998) de 4 GDL.....	18
<i>Figura 7</i> – Processo de design ótimo. Fonte: Arora, 2004, traduzido e adaptado.....	21
<i>Figura 8</i> – Modelo de veículo, com assento (representado na modelagem do cubo verde) de DREHMER (2016).....	22
<i>Figura 9</i> – Modelo biodinâmico com 4 GDL de DREHMER (2016).....	23
<i>Figura 10</i> – Modelo de 9 GDL de CASAS (2015).....	24
<i>Figura 11</i> – Modelo de 8 GDL de SHIRAHATT (2008) utilizado em PEREIRA (2013).....	25
<i>Figura 12</i> – Modelo de 3 GDL. Fonte: Próprio autor.....	27
<i>Figura 13</i> – Função de transferência para $K_s=16000$ e $C_s=980$ . Fonte: Próprio autor.....	30
<i>Figura 14</i> – Função de transferência para $K_s=10211$ e $C_s=500$ . Fonte: Próprio autor.....	31
<i>Figura 15</i> – Função de transferência para $K_s=11698$ e $C_s=1789$ . Fonte: Próprio autor.....	31
<i>Figura 16</i> – Função de transferência para $K_s=96861$ e $C_s=2460$ . Fonte: Próprio autor.....	32
<i>Figura 17</i> – Função de transferência para $K_s=52310$ e $C_s=2281$ . Fonte: Próprio autor.....	32
<i>Figura 18</i> - Função de transferência para $K_s=4000$ e $C_s=800$ . Fonte: Próprio autor.....	33
<i>Figura 19</i> - Função de transferência para $K_s=9500$ e $C_s=1500$ . Fonte: Próprio autor.....	33
<i>Figura 20</i> - Função de transferência para $K_s=9500$ e $C_s=1500$ . Fonte: Próprio autor.....	34
<i>Figura 21</i> - Função de transferência para $K_s=8000$ e $C_s=2500$ . Fonte: Próprio autor.....	36
<i>Figura 22</i> - Resposta em função dos valores de amortecimento. Fonte: GILLESPIE(1992)..	37

## 1. INTRODUÇÃO

A indústria automobilística vem, a cada tempo, se renovando e aprimorando a praticidade e o conforto em seus veículos. Neste contexto, sistemas relacionados ao conforto do carro são cada vez mais aprimorados.

A eletrônica é o campo com mais expansão no começo deste século. A integração da eletrônica do veículo de maneira direta deu origem a vários novos subsistemas do carro, como os controles de tração e estabilidade, centrais multimídia, assim como deu origem a novos equipamentos de automatização, como faróis automáticos e partida no botão. Futuramente, espera-se que o veículo seja autônomo, aumentando muito significativamente o conforto do mesmo (BURNS, 2010).

Um dos sistemas mais importantes no conforto de um veículo é o da suspensão. Ela está diretamente ligada a vibrações. Em excesso, vibrações podem provocar desconforto e até mesmo doenças irreversíveis (FERREIRA,2015). A minimização de vibrações é um dos aspectos importantes no design de um automóvel de uso diário, por questões de conforto e segurança.

No final do século passado, foram surgindo diversas normas para regulamentar níveis de vibração adequados. Estudos na parte de vibração ocupacional (exposição diária a vibração) estão sendo cada vez mais frequentes na literatura, com a criação de vários modelos biodinâmicos, como o de DREHMER(2016) e CASAS(2015), com 4 GDL. O modelo biodinâmico mais antigo e pioneiro foi o de COERMANN(1962), proposto com base em experimentos e modelos da época. Desde então, nas décadas seguintes, foram desenvolvidos vários outros modelos de maior complexidade, para a análise de desconforto e de doenças, tanto no trabalho quanto ao utilizar diversos meios de transporte.

Por conta da ascensão evolução do processamento computacional, foi possível realizar uma quantidade muito maior de cálculos matemáticos, possibilitando o aumento da complexidade e da precisão de modelos matemáticos. Esta ferramenta poderosa foi capaz de aprimorar modelos biodinâmicos e modelos de suspensão. Estudos como (BOLINA,2015) utilizam programas computacionais para análises de vibrações no corpo humano.

No século XVII, Fermat descobriu que o mínimo ou um máximo de uma função necessariamente tinha de se encontrar no ponto em que a taxa de variação é zero, a não ser que este mínimo ou máximo se situe nas extremidades. A partir daí, começou-se a busca pela otimização: A busca pela solução ou pelo conjunto de soluções que venham a minimizar ou maximizar um determinado parâmetro.

Com a maior capacidade de processamento, foi possível aprimorar projetos alcançando níveis maiores de eficácia. Neste contexto, houve uma maior aplicabilidade das técnicas de otimização, por conta de uma maior capacidade computacional.

Como tornar o veículo mais confortável? A otimização da suspensão veicular é uma das soluções que aumentam o nível de conforto de um veículo, proporcionando maior satisfação do passageiro.

Para realizar a otimização da suspensão levando em consideração efeitos da vibração sobre o corpo humano, são necessários dois modelos: Um modelo do veículo e um modelo biodinâmico que representa o corpo humano. Com estes dois modelos acoplados definindo os parâmetros e variáveis, é possível tornar ótimo o conforto e alcançar o resultado pretendido.

### 1.1. JUSTIFICATIVA

O aumento do conforto em um veículo é uma das necessidades da indústria automobilística do século XXI. A redução de vibrações irá causar um melhor bem estar e satisfação do consumidor, além de diminuir o risco de doenças causadas por excesso por vibrações, que podem imprimir dano permanente à saúde.

### 1.2. OBJETIVOS

A finalidade intui-se em melhorar o conforto do veículo através da otimização de parâmetros de uma suspensão veicular utilizando um modelo biodinâmico e um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo, visando tornar o veículo mais adequado ao mercado contemporâneo.

Como objetivos específicos apresentam-se:

- Apresentar diferentes modelos biodinâmicos.

- Analisar a função de transferência do sistema.
- Reduzir os níveis de vibração.

### 1.3. METODOLOGIA

Primeiro, é realizado um estudo preliminar para o entendimento básico da problemática em questão. Este estudo contém os conceitos básicos do funcionamento de um sistema de suspensão veicular. Ele determina quais são as premissas de uma suspensão. São mostrados os principais subsistemas.

Após o entendimento do funcionamento do sistema de suspensão, é preciso da compreensão da natureza de vibrações e do fenômeno da ressonância. Neste trabalho se apresentam normas estabelecidas quanto aos limites de vibração no corpo humano e metodologias de medição e modelagem.

Com estes conhecimentos em mente, é preciso selecionar um modelo biodinâmico para a análise das vibrações no ser humano e obtenção das frequências de ressonância do mesmo.

São apresentadas os objetivos e métodos de modelagem em otimização: Como tratar o problema, selecionar variáveis e definir objetivos. O processo de otimização é demonstrado, com critérios de convergência (parada).

Segue-se então com uma modelagem matemática do sistema. Para a maximização do conforto é preciso minimizar a aceleração RMS vertical de um veículo em movimento. Esta minimização é feita através de um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo e um modelo biodinâmico preestabelecidos, minimizando a função de transferência do sistema. Através destas modelagens, é definida a função de transferência que se deseja minimizar, e as variáveis do projeto da suspensão de conforto ótimo.

Com a definição clara do problema e do escopo, é executada a otimização do sistema para maximizar o conforto através do auxílio de programas computacionais, que trabalham com os cálculos numéricos do modelo para a obtenção de resultados ótimos.

## 1.4. ESTRUTURA

Este trabalho começa com uma revisão bibliográfica acerca dos assuntos relacionados á suspensões, vibrações, conforto e otimização, e apresenta os princípios que envolve a modelagem do corpo humano para modelos biodinâmicos. São apresentadas literaturas com objetivos similares ao escopo deste trabalho.

Então, segue-se para a apresentação da metodologia matemática para a criação de um modelo de 3 GDL que represente o veículo e o passageiro, seguindo para alguns exemplos numéricos com valores da literatura.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. SUSPENSÕES VEICULARES

A suspensão em um veículo tem como objetivos essenciais suportar o peso do veículo, absorver e amortecer vibrações advindas do solo e evitar com que o veículo venha a capotar.

Considerando-se as atividades regulares e cíveis de um veículo, desconsiderado o universo do esporte a motor (aonde o desempenho é o grande fator principal), a suspensão é um componente cujo proposito é entregar conforto e segurança para os passageiros do veículo com o mínimo de custo (DREHMER, 2016).

Além dos critérios de custo, existe também a questão de espaço, e propriedades cinemáticas (RILL,2011). A questão do espaço é muito presente em carros compactos, cujo habitáculo do veículo (o espaço usado pelos passageiros, para a colocação dos assentos) mais o espaço do bagageiro devem ser maximizados e o volume mecânico do veículo (espaço usado para o veículo funcionar) minimizado. Neste contexto, a suspensão deve ocupar pouco espaço.

Segundo Rill (2011), os propósitos principais de um sistema de suspensão são:

- Suportar o veículo e seu peso.
- Manter alinhamento correto dos pneus.

- Controlar a direção ao qual o veículo aponta.
- Manter o contato entre o pneu e o solo.
- Reduzir o efeito de forças de impacto.

Os sistemas de suspensão do veículo consistem em Rill (2011):

- Elementos-guia, como, por exemplo, feixe de molas e ligações.
- Elementos de força, como, por exemplo, barras anti-rolamento, amortecedores e barras de torção.
- Pneus do veículo.

## SISTEMA DE SUSPENSÃO

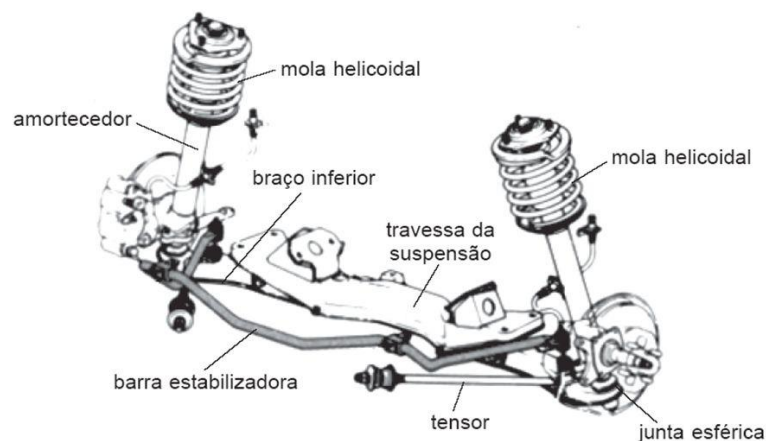


Figura 1 – Um sistema de suspensão com molas helicoidais. Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/7309546/>

A figura 1 mostra um típico arranjo de suspensão. Molas são os elementos responsáveis por, principalmente, manter o contato dos pneus com o solo e sustentar o peso do carro, enquanto amortecedores são responsáveis por dissipar a energia das vibrações verticais. Molas de baixa rigidez são superiores na redução de vibração do veículo, ou seja, tem maior absorção de vibrações, causando uma maior sensação de bem estar e conforto ao usuário, enquanto uma mola mais rígida possui uma melhor dirigibilidade (PEREIRA,2013). Assim, a mola de uma suspensão não

deve ser tão rígida a ponto de causar desconforto, mas nem tão macia a ponto de comprometer a dirigibilidade, sendo necessário encontrar um ponto médio que atenda as duas demandas.

Segundo Gillespie (1992), os sistemas de suspensão podem ser classificados em:

- Suspensão passiva: O sistema apenas pode dissipar energia advinda do movimento do carro na pista, sem elementos que adicionem energia externa. O sistema convencional de mola e amortecedor é um exemplo de suspensão passiva.

- Suspensão de auto nivelamento: Uma variação da suspensão passiva, aonde a altura do veículo em relação ao solo é controlada por um componente de levantamento (usualmente, pneumática). Este componente atua quando o veículo se desviou muito de sua suposta altura após um tempo pré-determinado.

- Suspensão completamente ativa: Incorpora atuadores que geram forças externas para controlar a resposta do veículo. É preciso de energia externa para operar o sistema. Os atuadores são normalmente cilindros hidráulicos.

- Suspensão semiativa: Um sistema que contém molas e amortecedores cujas propriedades são ajustadas em tempo real. As propriedades das molas e amortecedores podem variar ao longo do tempo de acordo com a lei de um sistema de controle. São conhecidas como sistemas passivos ajustáveis. Não há adição de energia externa.

## 2.1. NIVEIS DE VIBRAÇÃO E CONFORTO

O interesse em vibrações remota dos tempos mais antigos, milênios antes da era contemporânea. Esse interesse despertou quando foram criados e descobertos os primeiros instrumentos musicais, dos mais primitivos, como apitos ou tambores. Á partir disso, a vibração foi se estendendo a varias outras áreas (RAO, 2009).

Na atualidade, a maioria das atividades humanas inclui vibrações, incluindo as mais básicas de sobrevivência e sentidos, como audição, visão, respirar, andar, falar (RAO, 2009). As questões de vibração estão muito presentes na engenharia, como, por exemplo, em qualquer tipo de transporte (aquaviário, terrestre ou aéreo),

na construção de edifícios e estruturas e até mesmo nas engenharias elétrica e eletrônica, dentre outros.

Uma vibração se trata de um movimento periódico, ou seja, um movimento que se repete após certo intervalo de tempo (chamado como período). O inverso deste período delimita a frequência deste movimento, ou seja, a quantidade de ciclos realizados em um determinado período. Na literatura alemã (e no Sistema Internacional de unidades), ciclos por segundo é denominado Hz (Hertz), em honra ao cientista que realizou os primeiros experimentos com ondas de rádio (que se trata de uma vibração elétrica) (DEN HARTOG, 1985).

Uma vibração é induzida por uma ação dinâmica (no caso de vibrações mecânicas, ela advém da ação dinâmica de forças variáveis no tempo), ou seja, quando uma ação dinâmica está presente, uma vibração ocorre no sistema mecânico (PAREDES,2013).

No caso de uma ação dinâmica possuir frequência próxima á frequência natural do sistema mecânico, ocorrerá ressonância, que levará o sistema a sofrer grandes amplitudes de vibração. Este fenômeno é indesejável em vários sistemas: Maquinas com menor vida útil, degradação de produtos, risco de integridade e confiabilidade, etc (PAREDES,2013).

Por isso, a análise de vibrações é importante, no sentido de contornar problemas graves já citados e no sentido de evitar efeitos indesejáveis.

A vibração e a ressonância são fenômenos comuns sistemas na prática, entre eles o corpo humano.

O corpo humano possui sensibilidade á vibrações. Segundo Ferreira (2015), os fatores envolvidos são:

- Postura
- Tensão muscular
- Frequência
- Amplitude
- Direção da vibração
- Duração



- Dose de exposição

Existem danos e perturbações causados pela exposição excessiva á vibrações. Estes danos muita das vezes são incuráveis ou irreversíveis, de maneira que o tratamento deve ser preventivo. Estes danos são conhecidos como doenças ocupacionais ou profissionais, ou ainda podem ser denominados como distúrbios osteoarticulares relacionados ao trabalho (DORT) (FERREIRA,2015).

A exposição á baixas frequências (5-20 Hz) é potencialmente mais danosa que a exposição á altas frequências (6,3-1250 Hz). A população de trabalhadores industriais é a mais acometida por sequelas osteomusculares nervosas e vasculares em função da exposição à vibração (SEBASTIÃO,2007).

Segundo Sebastião (2007), os efeitos indesejáveis mais relatados por pessoas expostas a vibração foram:

- Parestesia
- Queixas vertebrais
- Sensação de formigamento
- Dor não especificada
- Esbranquiçamento digital
- Alterações motoras e sensitivas das mãos

Durante o começo do século passado ocorreu o crescimento da industrialização, com a instalação de muitas fábricas. Durante certo tempo, o trabalhador era visto como uma máquina: Descartável. Porém, com o crescimento e amadurecimento das questões humanistas, houve uma necessidade de se prezar pela saúde dos trabalhadores. Diante disso, mais tarde, foram criadas normas de exposição á vibrações, atendendo a demanda de diversos sindicatos.

Existem hoje, no mundo, diversas normas que regem a exposição de vibração no corpo humano. A ISO 2631, por exemplo, é um guia para avaliar a exposição de um corpo inteiro á vibrações. Ele sugere três níveis aceitáveis, que vão variar de acordo com o proposito:

“Nível de conforto reduzido” – Nível ao qual o ser humano sente um desconforto, sensações como incômodos e leves enjoos. Porém, este desconforto

não irá afetar a atividade exercida, ou seja, não irá reduzir a eficiência da atividade que está sendo exercida.

“Nível de eficiência reduzida” – Nível ao qual não apenas o conforto, mas a eficiência da atividade é comprometida. A atividade em si ainda é possível, porém com menor eficácia.

“Limite de exposição” – Nível que, se for ultrapassado, poderá causar problemas irremediáveis no ser humano, podendo até mesmo levar à morte.

A Norma delimita que existem quatro fatores físicos principais ao analisar a vibração no corpo humano: Intensidade, frequência, direção e duração. Esta norma apresenta tabelas e gráficos que mostram os limites de aceleração máxima e tempo de exposição para o nível de conforto reduzido e de exposição para determinadas bandas de frequências. A figura 2 foi extraída da norma ISO 2631 e mostra um destes gráficos.

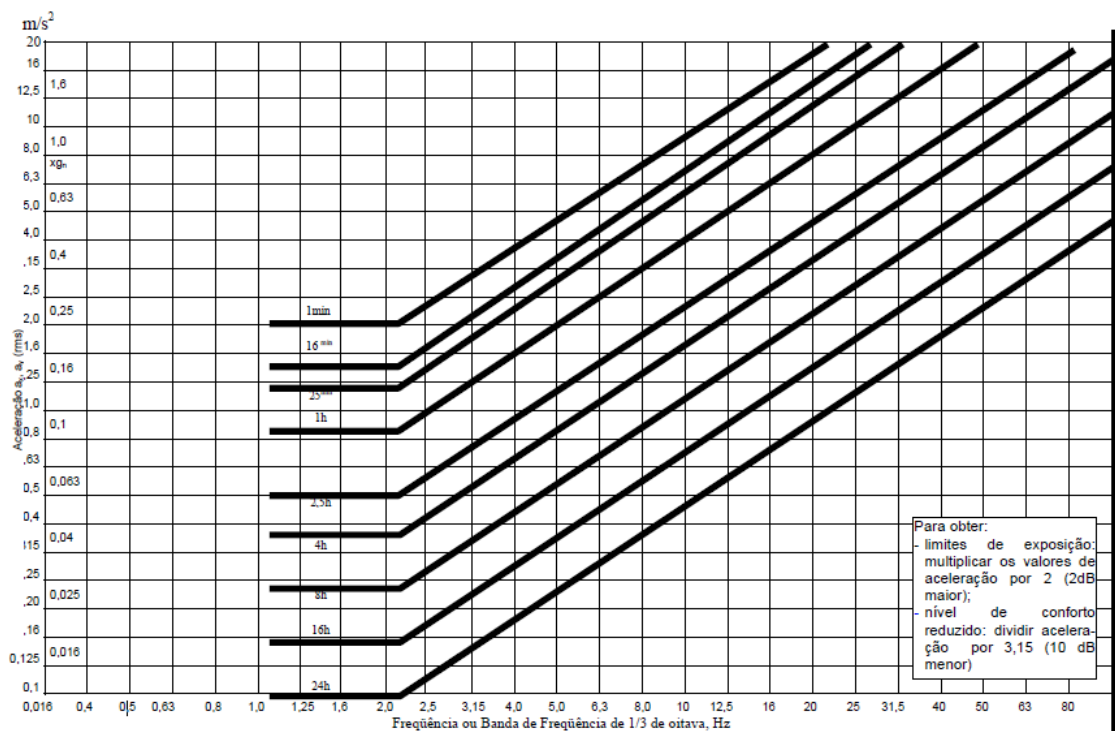


Figura 2 – Limites para nível reduzido de eficiência (fadiga). Fonte: ISO 2631

A figura 2 mostra, no eixo vertical, a aceleração transversal. O eixo horizontal mostra a banda de frequência em 1/3 de oitava, em Hz. Cada uma das linhas

representa um tempo de exposição máximo. Abaixo da primeira linha, por exemplo, encontram-se os valores de aceleração aceitáveis para um minuto de exposição nas frequências delimitadas no eixo horizontal.

Existe também a ISO 5349 que trata das vibrações transmitidas á mão, visando questões trabalhistas e de trabalhos manuais em fábricas e empresas.

Tem-se também a NHO (Norma de Higiene Ocupacional) 09, que trata da avaliação e medição de vibrações. Esta Norma relata os métodos de medição, e de equações para calcular valores de componentes (independentes de direção) para a avaliação das vibrações.

### 2.3. MODELOS BIODINÂMICOS

A vibração no corpo humano passou a ser considerada como fator ambiental estressante na década 20, com a proliferação de veículos de transporte motorizado e máquinas móveis. Porém, os primeiros estudos a respeito vieram ao redor da década de 40, com as primeiras normas vindas muitos anos depois (STAINER,2001).

Durante a década de 60, foram realizados vários estudos sobre os efeitos fisiológicos causados por vibrações, assim como a faixa de frequência de ressonância da região lombar (4 a 6 Hz) (STAINER,2001). Esses avanços foram, assim como os das décadas seguintes, em parte, devido aos primeiros computadores, que possibilitavam abordagens com maior número de cálculos.

O corpo humano não contém nenhum órgão sensorial que mede diretamente vibração. Ele combina as informações dos sistemas auditivos, visual, vestibular e somático (MANSFIELD,2004).

Segundo MANSFIELD (2004), a percepção de uma vibração pode ocorrer:

- Pelo sistema visual, através do acompanhamento visual do movimento de objetos ao redor.

- Pelo sistema vestibular, através da detecção de acelerações linear e rotacional que se repetem ao longo de um tempo muito curto (menor que um segundo).

- Pelo sistema somático, que pode usar o sinal dos sentidos dos músculos e juntas, reportando ao cérebro a posição das forças. O sistema somático também pode detectar vibrações através do sinal do movimento do abdômen. Além disso, terminais Ruffini localizados na pele podem detectar vibrações.

- Pelo sistema auditivo, em frequências médias e altas (20 Hz ou superior), vibrações podem ser escutadas e reconhecidas pelo ouvido.

Segundo ANFLOR (2003), a vibração no corpo humano pode ser dividida em dois segmentos: Vibração no Corpo Inteiro (VCI) e Vibração no Segmento Mão-Braço (VSMB). A vibração de ressonância para VSMB ocorre entre 100-250 Hz entre três eixos, enquanto para VCI, as ressonâncias são na faixa de 4 a 8 Hz na direção vertical, e 1 a 2 Hz nas direções horizontais e laterais.

O modelo biodinâmico trata-se de um modelo discreto que representa partes do corpo como subsistemas de massas rígidas ligadas por juntas elásticas e com propriedades de absorção de energia (amortecimento). Ele visa modelar a resposta do corpo humano a vibrações, visando calcular frequências de ressonância e valores de transmissibilidade. Ele modela a resposta do corpo á forças e movimentos externos. Um exemplo de um modelo biodinâmico é mostrado na figura 3.

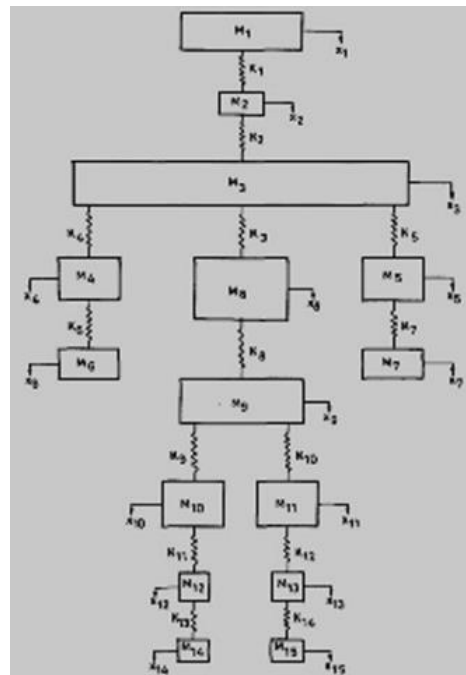


Figura 3 – Modelo de vibração de NIAGEM e MALIK (1987)

Os modelos podem ser variados em muitos aspectos, como na quantidade de Graus de Liberdade (GDL). As abordagens e os cálculos dependem diretamente da posição que se encontra o corpo em análise. As frequências de ressonância das pernas em pé são diferentes das frequências de ressonância da posição sentado. Vários experimentos tentaram determinar os valores de frequência natural de várias partes do corpo humano, como mostra na figura 4.

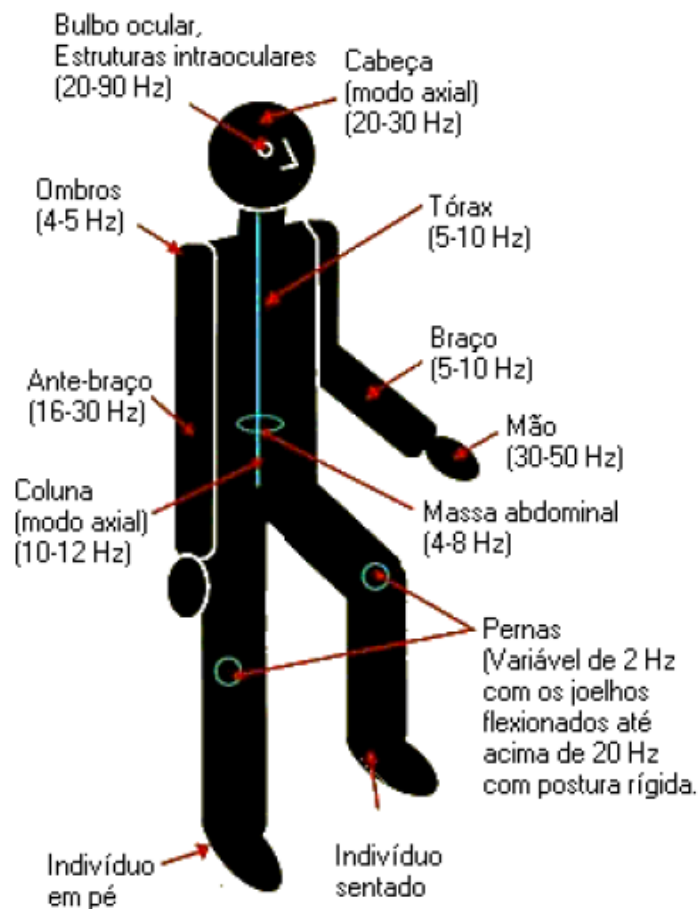


Figura 4 – Faixas de frequência de ressonâncias do corpo humano (ANFLOR,2003).

O modelo biodinâmico mais simples, e um dos primeiros existentes, é o de COERMANN(1962) (mostrado na figura 5). Este modelo possui 1 GDL, possuindo

uma massa de 83,72 kg, rigidez de 131,18 kN/m, índice de amortecimento 0,57, o que resulta em uma frequência natural de 6,3 Hz.

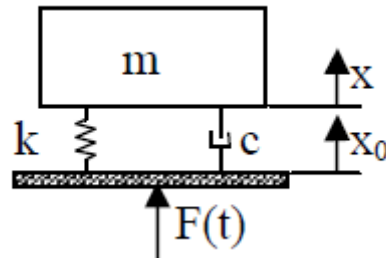


Figura 5 – Modelo de 1 GDL COERMANN(1962)

BOILEAU e RAKHEJA (1998) criaram um modelo de 4 GDL, visando analisar um indivíduo sentado, para analisar o efeito das vibrações em motoristas. Foram colocadas restrições nos critérios de massa, rigidez e amortecimento, visando que cada subsistema com 1 GDL represente partes do corpo. Essas restrições foram feitas com base em outros estudos antropométricos experimentais. Os resultados deste modelo são mostrados na figura 6.

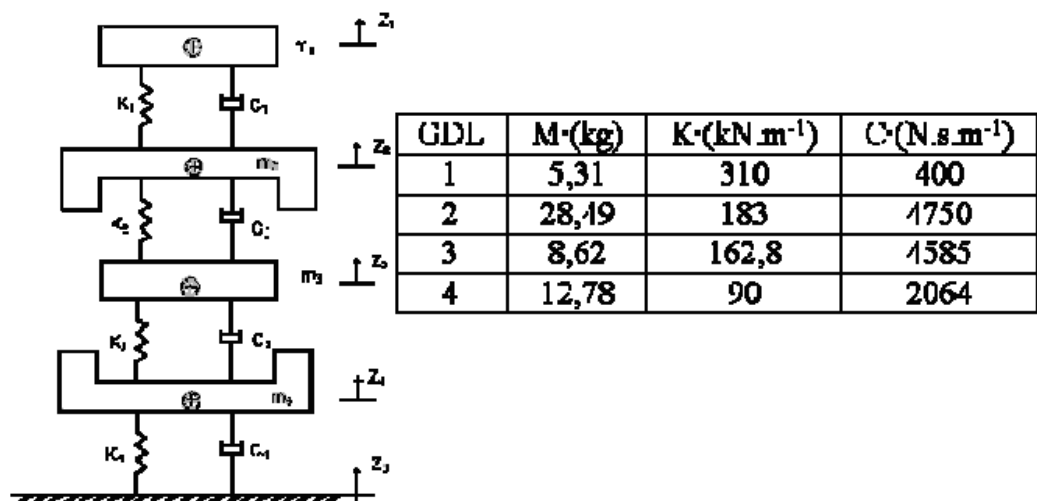


Figura 6 – Modelo de BOILEAU e RAKHEJA (1998) de 4 GDL

Observa-se que este modelo é de um indivíduo de massa de aproximadamente 55 kg.

ANFLOR (2003) criou uma rotina que procura integrar resultados experimentais com teóricos na obtenção de um modelo aproximado de 4 GDL, na mesma estrutura que Boileau e Rakheja (1998). Obteve-se uma massa total maior (aproximadamente 87 kg), e valores diferentes de rigidez e amortecimento, mostrados na tabela 1.

$m_1 = 25,05 \text{ kg}$	$k_1 = 700 \text{ kN/m}$	$c_1 = 600 \text{ Ns/m}$
$m_2 = 21,18 \text{ kg}$	$k_2 = 300 \text{ kN/m}$	$c_2 = 4000 \text{ Ns/m}$
$m_3 = 33,36 \text{ kg}$	$k_3 = 267,3 \text{ kN/m}$	$c_3 = 4000 \text{ Ns/m}$
$m_4 = 7,66 \text{ kg}$	$k_4 = 24,585 \text{ kN/m}$	$c_4 = 500 \text{ Ns/m}$

Tabela 1 – Valores obtidos por ANFLOR (2003), para um modelo de 4 GDL

Estes e outros modelos são criados para descrever aspectos cinemáticos do corpo humano, visando estudar os impactos da vibração na saúde, e diretrizes para otimizar conforto, bem-estar e saúde.

## 2.4. CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO

Otimização envolve atingir o maior rendimento possível, visa atingir um objetivo de maneira ótima. Otimização pode estar no processo – realizar uma determinada tarefa no menor tempo possível – ou no objetivo, como colocar minimizar o peso final de um objeto, ou seja, a otimização depende do problema apresentado. Independente do objetivo ou do processo, otimizar sempre envolve a minimização ou maximização de uma função objetivo. Para ocorrer tais maximizações ou minimizações, modificam-se as variáveis do projeto (CASTRO,2001).

A boa performance da otimização depende das técnicas empregadas e da definição do problema. Uma definição pobre do problema irá gerar uma solução

igualmente pobre que pode acabar por não atender o escopo do problema ou até mesmo vir a violar algum requisito (ARORA,2004).

Otimização é um campo bastante amplo, interdisciplinar, sendo usado inclusive em contextos fora da engenharia, como, por exemplo, na economia. Envolve desde questões simples milenares – como a questão de qual o caminho mais curto para se chegar a um determinado local – até questões contemporâneas complexas, como maximizar as entradas da renda de um estado, ou minimizar o peso de um determinado material de um edifício visando à redução de custos.

As variáveis de uma função objetivo de uma otimização podem ser:

- Inteiras
- Contínuas
- Discretas

As técnicas de otimização envolvidas dependem do tipo das variáveis de função. A maioria das técnicas comumente se aplicam somente á variáveis contínuas e não funcionam quando as variáveis são discretas. Regiões em que a função diverge costuma impossibilitar o uso de vários algoritmos de otimização. Uma divergência ou descontinuidade pode fazer com que o algoritmo confunda a divergência com o máximo ou o mínimo da função.

O problema de otimização pode ser irrestrito, estar sujeito a uma restrição ou estar sujeito a várias restrições. Na concepção do problema, as restrições não devem ser redundantes, e devem ser colocadas na forma mais objetiva possível.

O processo de otimização constitui-se basicamente em, primeiramente, identificar as variáveis de projeto, a função a ser minimizada, as restrições a serem satisfeitas, para, em segundo lugar, estimar um projeto inicial que satisfaz as restrições, para posteriormente criar critérios de convergência. Após isso, avaliar se o critério de convergência foi satisfeito, e, caso contrário, aplicar técnicas de otimização até que o critério de convergência seja cumprido. Este processo é colocado em um diagrama de blocos como na Figura 7.



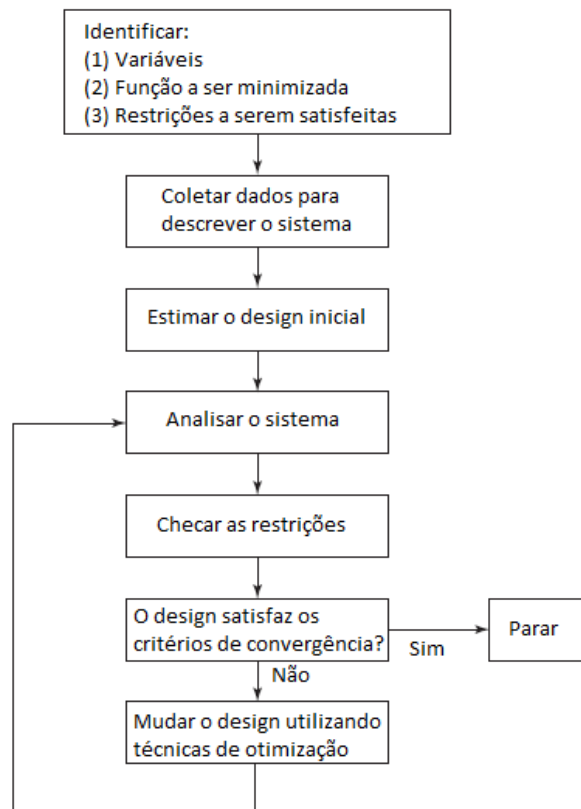


Figura 7 – Processo de design ótimo. Fonte: Arora, 2004, traduzido e adaptado.

O algoritmo a ser escolhido também depende do custo computacional, ou seja, o tempo em que o computador leva para chegar do projeto inicial proposto até o projeto que satisfaz os critérios de convergência. Um algoritmo pode acabar passando por um número excessivo de iterações, fazendo com que o computador realize o algoritmo muitas repetidas vezes, ou seja, o algoritmo é demasiadamente lento para convergir. Isso ocasiona em um maior custo computacional. Um algoritmo com excesso de operações numéricas pode fazer com que cada iteração leve tempo demais para ser processada. Dependendo dos algoritmos, podemos ter processos que levam semanas para serem processados, se provando não muito viáveis.

Segundo Castro (2001), a solução ótima encontrada pode ser:

- Global: Quando o valor encontrado é o mínimo ou máximo de toda a função.
- Local: Quando o valor encontrado é o mínimo de uma faixa da função.

Na maioria dos casos, deseja-se obter uma função ótima global, e não local. Mas a abordagem de encontrar um mínimo ou máximo local pode ajudar em casos onde a função possa ter uma descontinuidade.

## 2.5. ESTADO DA ARTE

DREHMER (2016) utiliza um modelo próprio de 12 graus de liberdade. 8 graus de liberdade são para o veículo, para um modelo de veículo inteiro, com massa suspensa e massa não-suspensa, conforme Figura 8. 4 graus de liberdade são referentes ao modelo biodinâmico do motorista, conforme Figura 9.

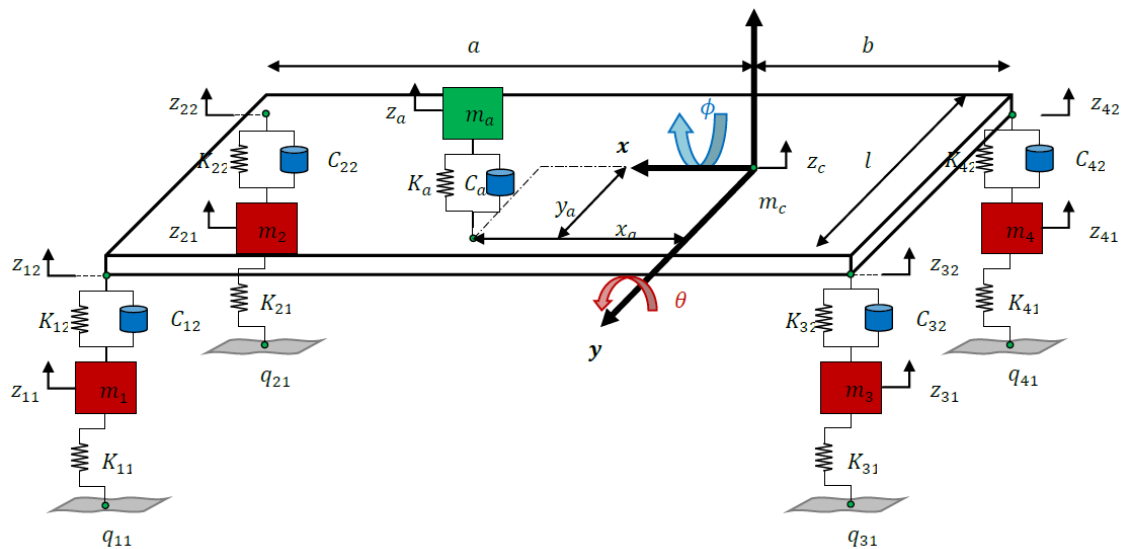


Figura 8 – Modelo de veículo, com assento (representado na modelagem do cubo verde) de DREHMER (2016)

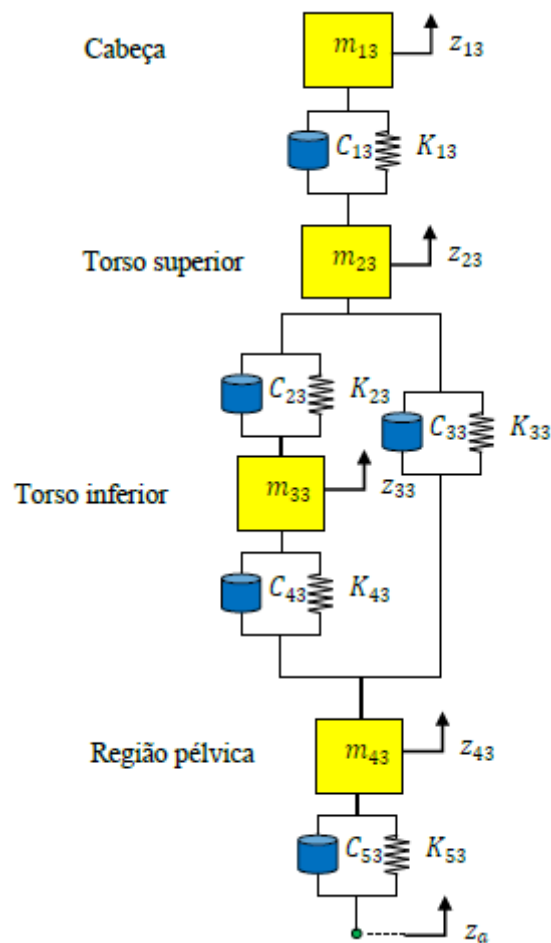


Figura 9 – Modelo biodinâmico com 4 GDL de DREHMER (2016)

O autor utilizou um modelo aleatório de pista, baseado nas normas internacionais ISO 2631, ISO 8608 e BS 6841, normas baseadas em valores experimentais e numéricas. A classe de pista escolhida foi a “G”, por ser bastante irregular. O autor empregou densidades espectrais de potência (PSD) utilizando um modelo matemático de um campo gaussiano bidimensional isotrópico aleatório.

O projeto tratava-se de uma otimização multiobjectivo para minimizar as acelerações RMS nos 4 GDL do modelo biodinâmico, em diferentes velocidades variando de 20-100 km/h, sendo as variáveis a serem otimizadas:

- Amortecimento e rigidez do assento do motorista.
- Amortecimento e rigidez da suspensão dianteira.
- Amortecimento e rigidez da suspensão traseira.

DREHMER (2016) utilizou dois algoritmos de otimização – algoritmo de otimização espiral e o de enxame partículas. O algoritmo de otimização espiral demonstrou melhores resultados que o algoritmo de enxame de partículas, porém, apresentou uma convergência mais tardia, resultando em um maior custo computacional.

CASAS (2015) utiliza um modelo de 9 GDL, sendo 4 GDL para o modelo biodinâmico e 5 GDL para o modelo do veículo, conforme Figura 10. O modelo biodinâmico é mais complexo em relação a DEHMER (2016), que utiliza somente ligações em série de cada GDL, enquanto o modelo de CASAS (2015) tem ligações em paralelo e em série. Porém, o modelo de CASAS (2015) possui um modelo de meio veículo, com 5 GDL, contra um veículo completo na otimização de DEHMER (2016), com 8 GDL.

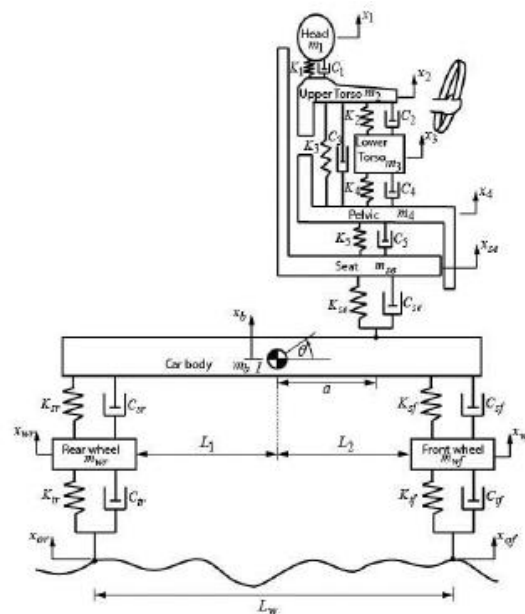


Figura 10 – Modelo de 9 GDL de CASAS (2015)

CASAS (2015) utilizou a pista classe G, a mesma de DREHMER (2012), e trabalhou na minimização das acelerações RMS da cabeça e do assento, em uma função multiobjectivo.

Foram utilizados os algoritmos de otimização espiral e programação sequencial quadrática. O algoritmo de otimização espiral novamente demonstrou melhores resultados, com menores acelerações RMS.

PEREIRA(2013) realiza a otimização de um modelo com 8 GDL, retirado de SHIRAHATT (2008) e utiliza o veículo inteiro com um assento, sem o uso de um modelo biodinâmico, conforme Figura 11.

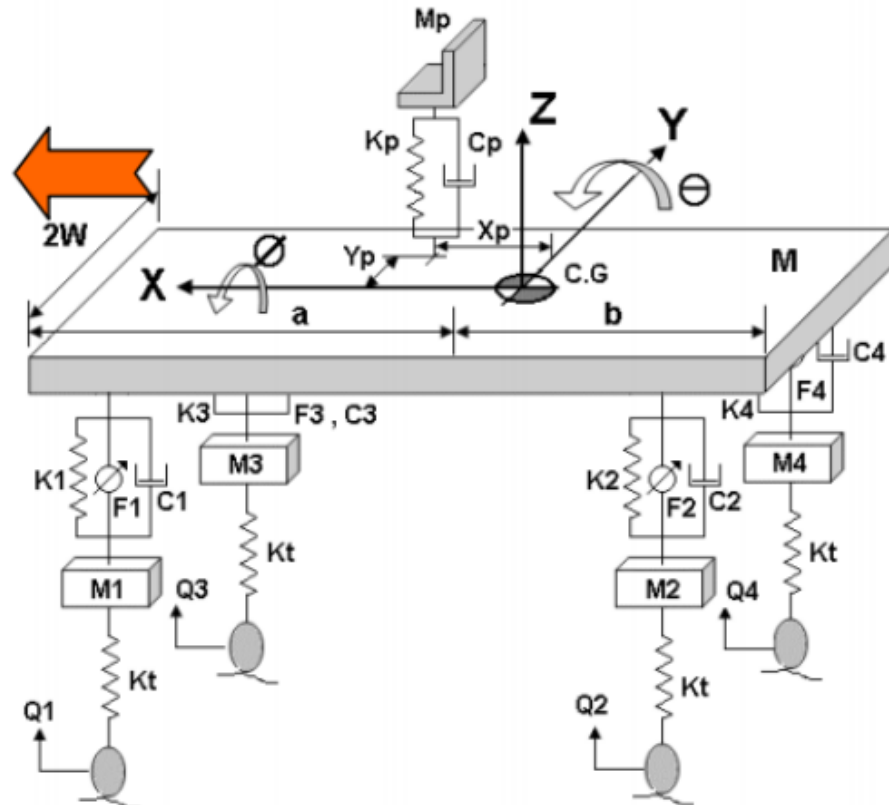


Figura 11 – Modelo de 8 GDL de SHIRAHATT (2008) utilizado em PEREIRA (2013)

PEREIRA(2013) utilizou um modelo de pista da classe E da norma ISO 8608, sendo este modelo de pista mais regular do que a classe G utilizada pelos demais autores apresentados nesta seção.

Foi utilizada uma suspensão ativa, ou seja, com parâmetros variáveis ao longo do tempo. O objetivo da otimização era melhorar o sistema de controle ativo.

Sendo assim, as variáveis a eram os valores de rigidez e amortecimento das quatro suspensões, que poderiam ser todos diferentes.

Foi utilizado o algoritmo genético, pois o autor, baseado em outras literaturas, argumentou que o algoritmo genético era superior aos demais algoritmos (incluindo o algoritmo de otimização espiral).

A utilização da suspensão ativa otimizada apresentou resultados excelentes, com a redução de 99% da aceleração em relação a um sistema passivo não otimizado.

### **3 MODELAGEM MATEMÁTICA**

#### **3.1 MODELAGEM**

Para a avaliação de dinâmica vertical do veículo será usado um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo, como o proposto por GILLESPIE (1992). Acima deste modelo será usado um modelo biodinâmico de 1 GDL proposto por COERMANN(1962). Sendo assim, teremos um modelo de 3 GDL, sendo 2 GDL pro modelo de dinâmica vertical do veículo e 1 GDL para o modelo biodinâmico, conforme na Figura 12.

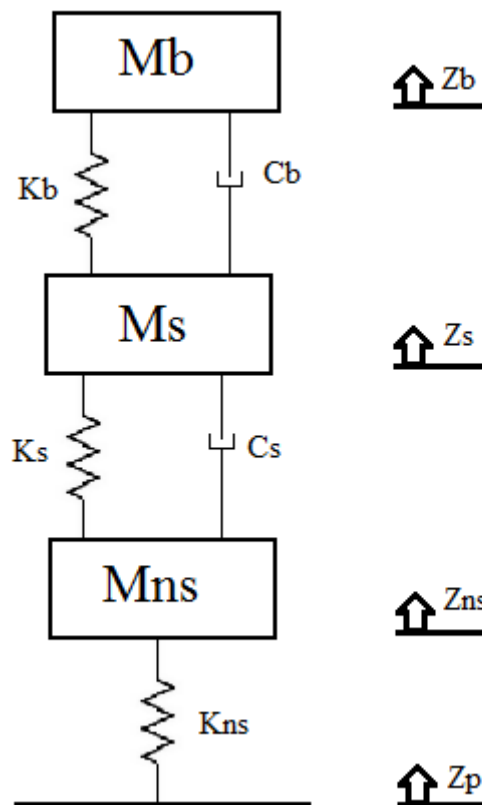


Figura 12 – Modelo de 3 GDL. Fonte: Próprio autor.

Mns: Se refere a massa não-suspensa.

Ms: Massa suspensa do veículo.

Mb: Massa do modelo biodinâmico de Coermann

Kns: Rigidez da massa não-suspensa.

Ks: Rigidez da massa suspensa.

Kb: Rigidez do modelo biodinâmico de Coermann

Cs: Amortecimento da massa suspensa

Cb: Amortecimento do modelo biodinâmico de Coermann

Conforme RAO(2009), a equação de movimento para um sistema com  $n$  GDL pode ser escrita como:

$$[\vec{F}] = [m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x}$$

Onde o vetor F se trata da força a ser modelada, [m] se trata da matriz de massa, [c] se trata da matriz de amortecimento, [k] se trata da matriz de rigidez, o vetor x se trata do deslocamento, a derivada do vetor x se trata da velocidade e a segunda derivada do vetor x trata-se da aceleração.

As variáveis do projeto são: Cs e Ks. Os dados são: Mb, Cb e Kh (modelo biodinâmico de Coermann). Dependem do veículo em questão: Mns, Ms e Kt.

Para um equacionamento da resposta do sistema de 3 GDL, é preciso, primeiro, determinar as matrizes relativas á massa, rigidez e amortecimento do sistema.

A matriz de massa [m] é dada por:

$$\begin{bmatrix} Mns & 0 & 0 \\ 0 & Ms & 0 \\ 0 & 0 & Mb \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez [k] é dada por:

$$\begin{bmatrix} Kns + Ks & -Ks & 0 \\ -Ks & Ks + Kb & -Kb \\ 0 & -Kb & Kb \end{bmatrix}$$

A matriz de amortecimento [c] é dado por:

$$\begin{bmatrix} Cs & -Cs & 0 \\ -Cs & Cs + Cb & -Cb \\ 0 & -Cb & Cb \end{bmatrix}$$

No caso de uma excitação harmônica, temos:

$$E_0 e^{i\omega t} = [m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x}$$

De acordo com ROEHL(1988), a solução permanente desta equação é da forma:

$$u(t) = E_0 H(\omega) e^{i\omega t}$$

Onde H(w) é a função de transferência, que se trata da relação entre a entrada (excitação) e saída (resposta). A substituição da equação anterior na equação de movimento para uma excitação harmônica fornece a função de transferência:



$$[H(w)] = (w^2[M] + iw[C] + [K])^{-1}$$

Onde [M],[C] e [K] são, respectivamente, a matriz de massa, amortecimento e rigidez.  $i$  é o operador complexo, e  $w$  trata-se da variável.

A passagem da vibração advindas da ondulação do solo ( $Z_p$ ) para o condutor ( $Z_b$ ) é dada por esta função de transferência. Para o caso de 3 GDL, temos uma matriz de transferência 3x3.

Para a representação da resposta do ocupante ( $Z_b$ ), retira-se o membro [H(1,3)] da matriz de função de transferência. Este membro indicará a resposta do sistema para  $Z_b$  (resposta do modelo biodinâmico). Se este membro for reduzido, as transferências de aceleração, velocidade e salto para o modelo biodinâmico também serão reduzidas. Se este membro for aumentado, as transferências para o modelo biodinâmico serão aumentados. Deste modo, o objetivo é minimizar a aceleração RMS do ocupante do veículo para uma dada oscilação, ou seja, minimizar a função de transferência.

## 4 EXEMPLOS NÚMERICOS

### 4.1. EXEMPLOS

Utilizando-se o software computacional MATLAB®, através da modelagem matemática descrita neste presente documento, foram obtidos os gráficos referentes a função de transferência com resposta em  $Z_b$  H(1,3) para diversos parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão ( $K_s$  e  $C_s$  respectivamente).

Os valores referentes ao modelo dinâmico de 1 GDL  $Z_b$  ( $M_b$ ,  $K_b$  e  $C_b$ ) são do modelo biodinâmico de COERMANN(1962), de 1 GDL. Os valores referentes á massa não suspensa  $Z_{ns}$  ( $M_{ns}$  e  $K_{ns}$ ) foram retirados de GILLESPIE (1992), e são de 160000 N/m para a rigidez e 240 kg.

Os valores inseridos no código MATLAB são referentes á alguns dos valores obtidos na literatura para  $K_s$  e  $C_s$ , a maioria destes resultados de procedimentos de otimização. Os eixos  $x$  de cada gráfico representam a variação de  $w$ , enquanto os

eixos  $y$  de cada gráfico representam  $H(1,3)(w)$ , re-escalonado para melhor visualização.

O código do MATLAB encontra-se no anexo I (versão com valores da figura 22), e segue a modelagem matemática demonstrada.

Na Figura 13, temos os valores de um exemplo de GILLESPIE(1992). Nas figuras 14 e 15, temos os valores ótimos obtidos por CASAS(2015), para a suspensão dianteira e traseira respectivamente. Nas figuras 16 e 17, temos os valores ótimos obtidos por PEREIRA (2013), também para a suspensão dianteira e traseira.

Nas figuras 18, 19 e 20 temos otimizações para reduzir o curso da suspensão realizadas por FERREIRA (2016). Na figura 18, temos os valores otimizados para a entrada de impulso. Na figura 19, temos os valores otimizados para a entrada degrau. Na figura 20, temos os valores para a entrada harmônica.

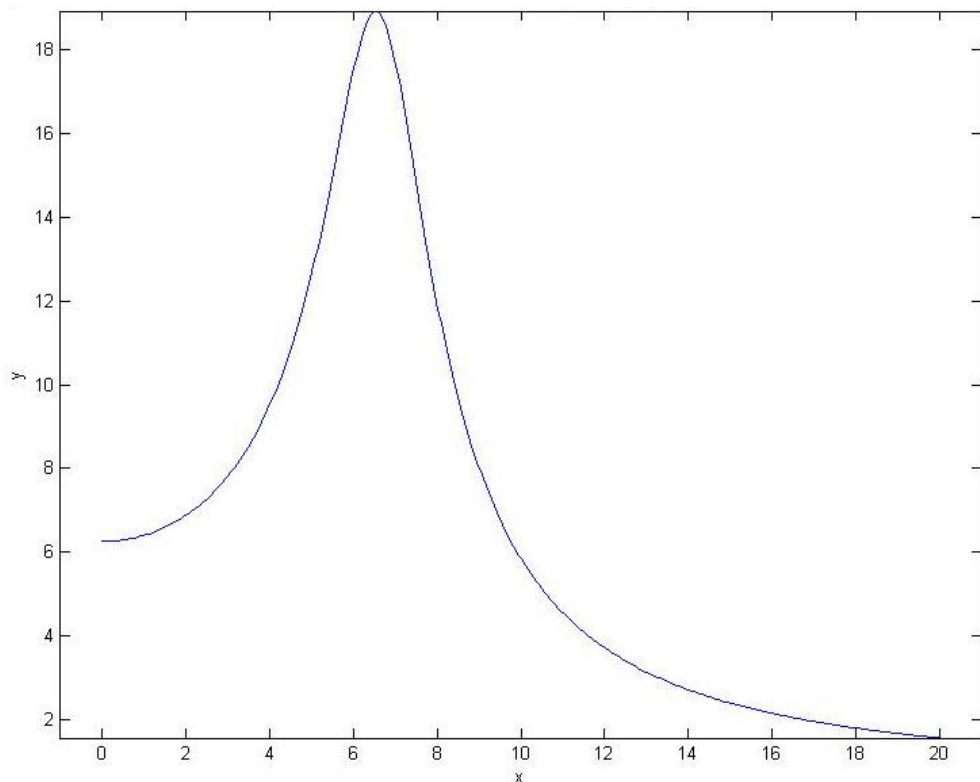


Figura 13 – Função de transferência para  $K_s=16000$  e  $C_s=980$ . Fonte: Próprio autor.

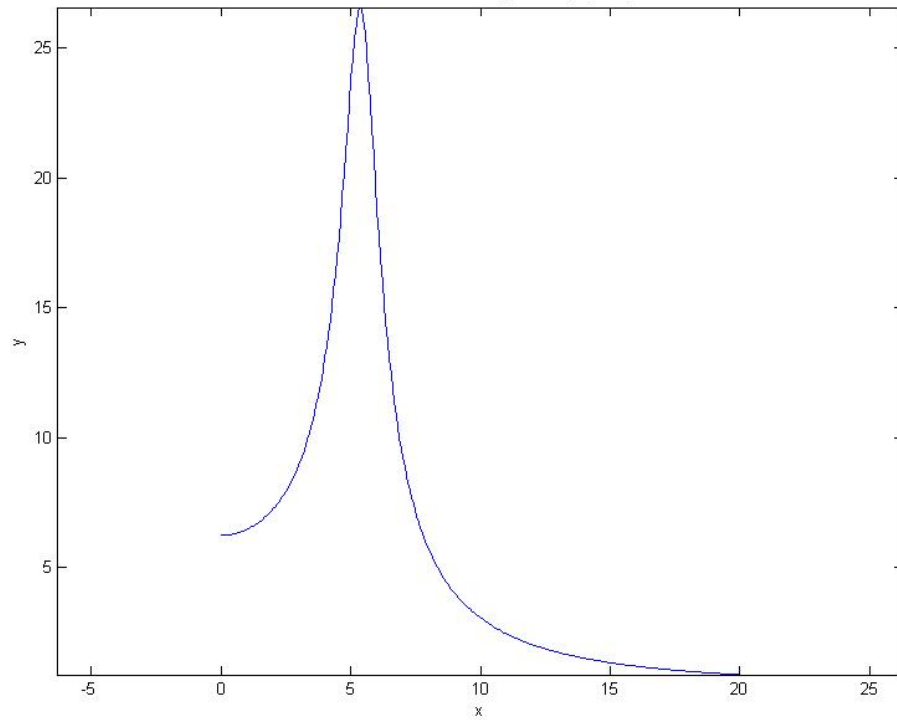


Figura 14 – Função de transferência para  $K_s=10211$  e  $C_s=500$ . Fonte: Próprio autor.

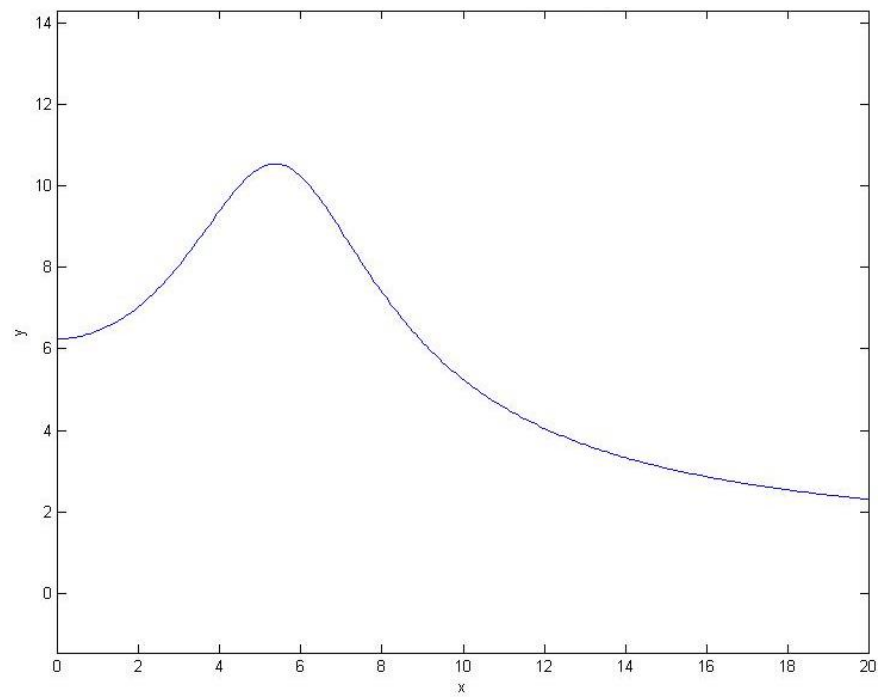


Figura 15 – Função de transferência para  $K_s=11698$  e  $C_s=1789$ . Fonte: Próprio autor.

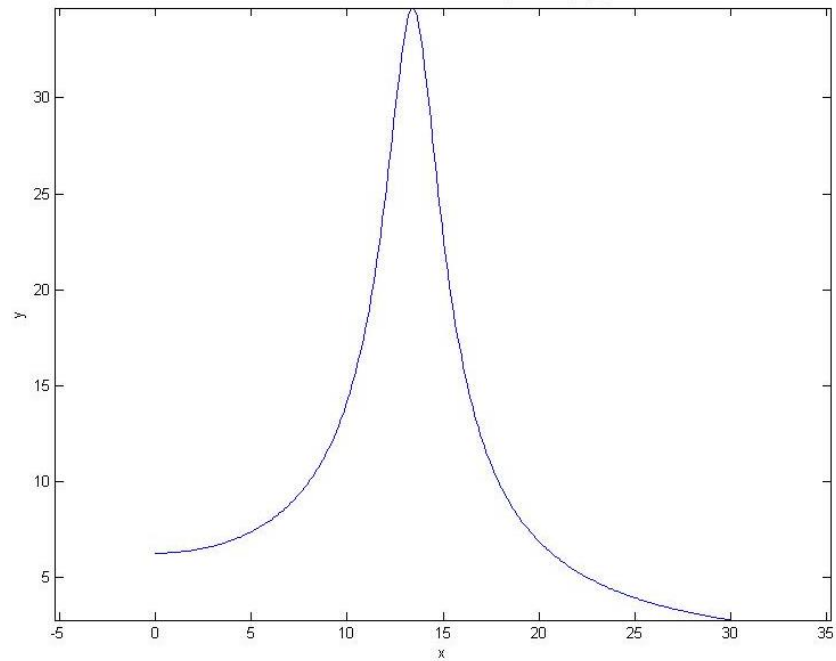


Figura 16 – Função de transferência para  $K_s=96861$  e  $C_s=2460$ . Fonte: Próprio autor.

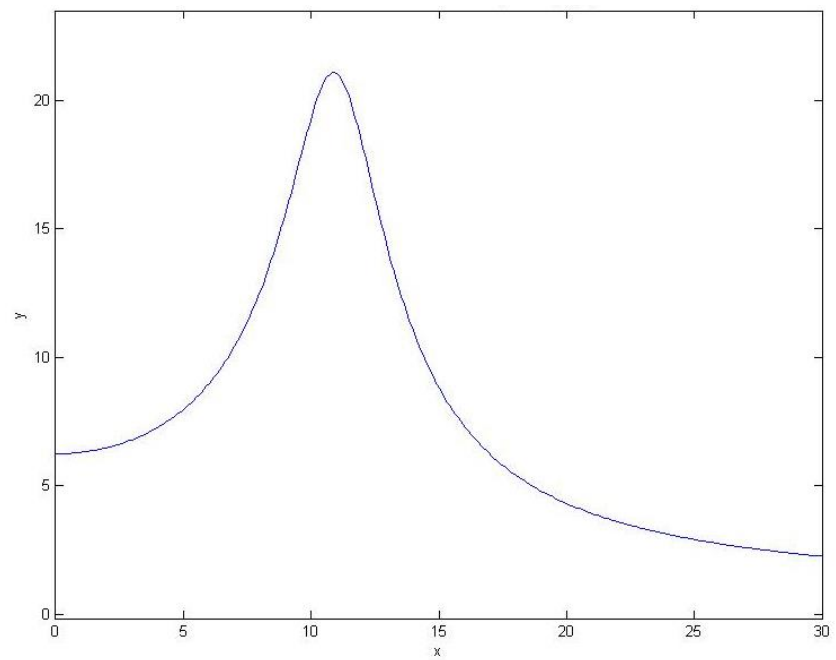


Figura 17 – Função de transferência para  $K_s=52310$  e  $C_s=2281$ . Fonte: Próprio autor.

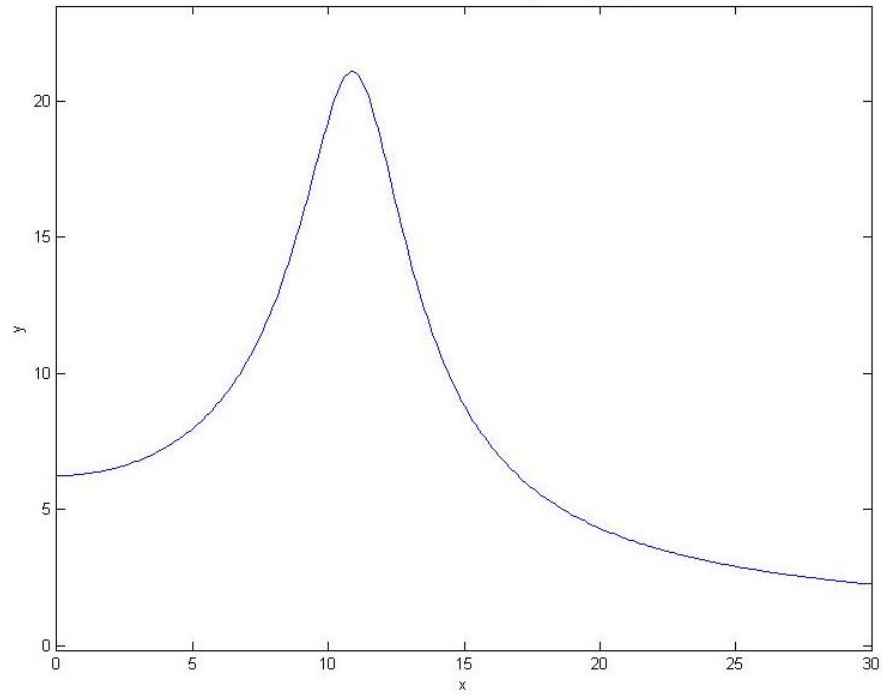


Figura 18 - Função de transferência para  $K_s=4000$  e  $C_s=800$ . Fonte: Próprio autor.

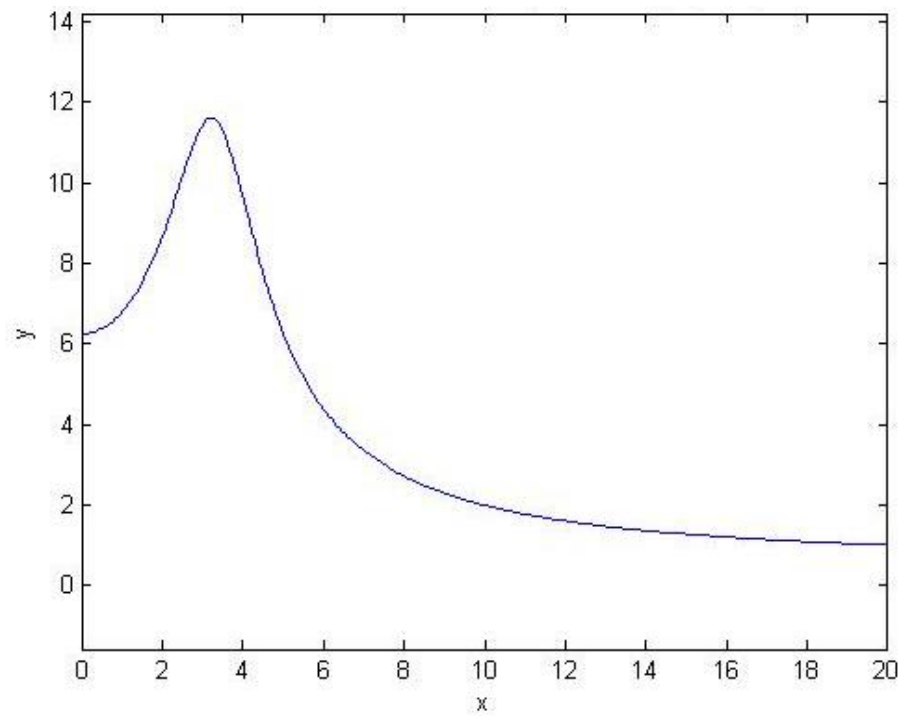


Figura 19 - Função de transferência para  $K_s=9500$  e  $C_s=1500$ . Fonte: Próprio autor.

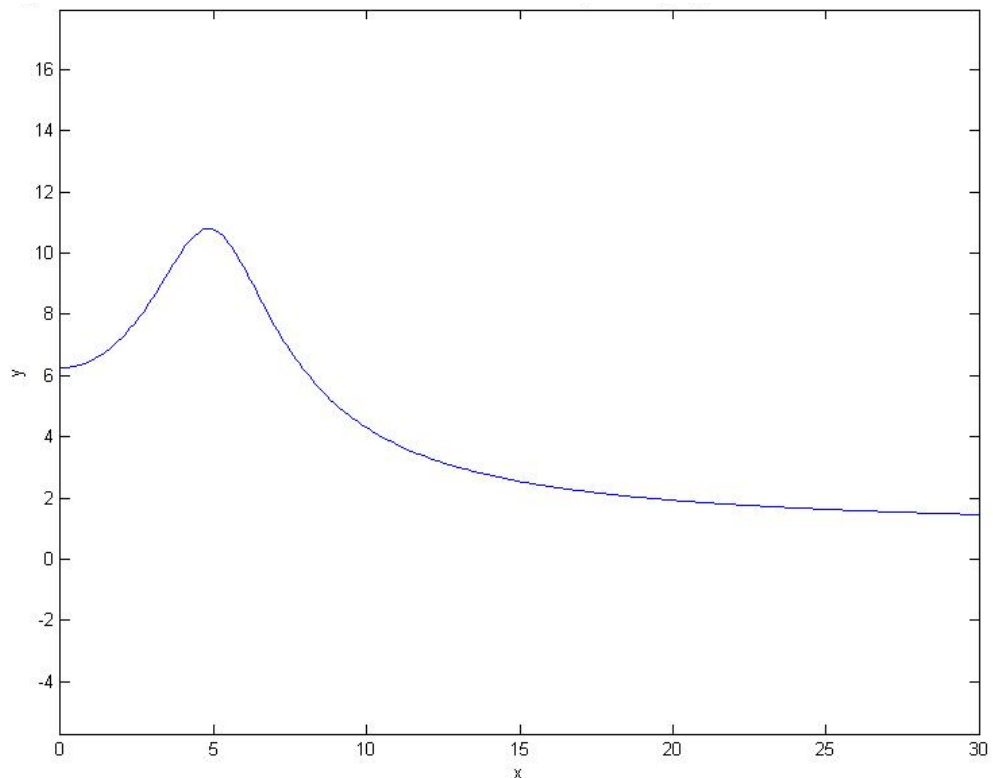


Figura 20 - Função de transferência para  $K_s=9500$  e  $C_s=1500$ . Fonte: Próprio autor.

Vale ressaltar que cada um dos gráficos refere-se à transferência para o modelo biodinâmico de 1 GDL. O modelo de 3 GDL possui 3 frequências de ressonância, sendo representada nestes gráficos os picos de ressonância para o modelo biodinâmico.

Podemos observar que os parâmetros dados por PEREIRA(2013) representam uma alta rigidez em relação aos demais. Esses obtiveram os piores resultados, o que sugere que uma rigidez demasiadamente alta causa uma maior transferência para o motorista. GILLESPIE(1992) sugere que valores baixos de rigidez aumentam o conforto.

As figuras 14 e 15, referentes à CASAS(2015), possuem um valor muito similar de rigidez, com uma variação mais significativa no amortecimento. Neste caso, um maior amortecimento resulta em um menor pico e conseqüente menor transferência.

Os parâmetros obtidos por FERREIRA(2016), em especial nas figuras 19 e 20, obtiveram os melhores resultados. Os valores de rigidez destas figuras foram relativamente baixos (menores que 10 kN/m), com valores de amortecimento não estando nem entre os mais altos nem entre os mais baixos apresentados. Também, FERREIRA(2016) foi o único dentre os listados a usar um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo. O uso do mesmo modelo de veículo contribuiu significativamente para melhores resultados, uma vez que este modelo é o mais próximo do apresentado na seção anterior deste trabalho.

A comparação entre estes modelos sugere que, uma rigidez muito excessiva causa uma maior transferência para o modelo biodinâmico. O parâmetro mais ótimo para este modelo sugere apresentar uma rigidez menor que 10 kN/m. O aumento no coeficiente de amortecimento sugere uma diminuição do pico e uma menor transferência, sugerindo que o parâmetro de menor oscilação tenha um coeficiente de amortecimento de pelo menos 1000 Ns/m.

Essas comparações permitem que seja estimado um bom ponto de partida. Uma suspensão com 8 kN/m, valor relativamente baixo de rigidez, com amortecimento de 2,5 kNs/m, o maior amortecimento dentre todas as literaturas, podem ser um possível ponto de partida para um futuro algoritmo de otimização. A figura 21 mostra os resultados advindos destes parâmetros. Os resultados apresentaram uma das menores transferências referentes ao modelo de 3 GDL presente, e mostra que este é um excelente ponto de partida para um algoritmo otimizador com ponto de partida.

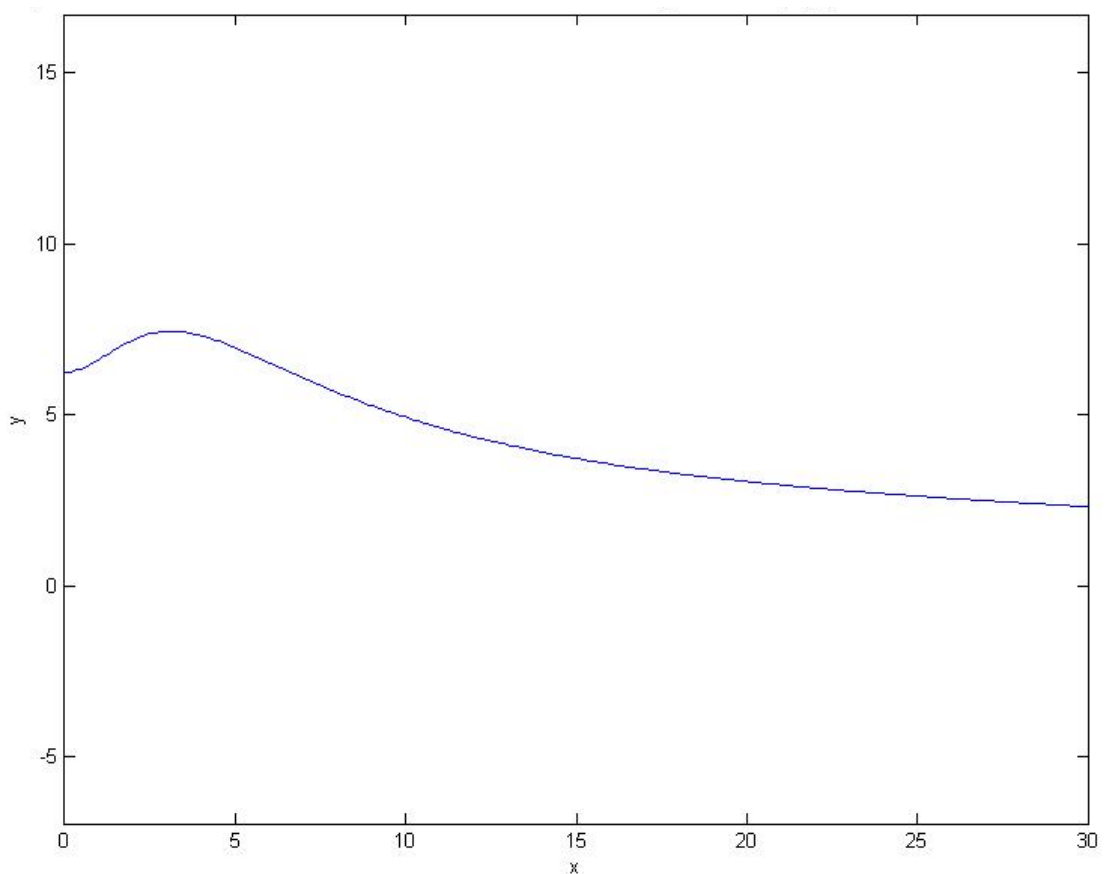


Figura 21 - Função de transferência para  $K_s=8000$  e  $C_s=2500$ . Fonte: Próprio autor.

As respostas em função da variação dos coeficientes de amortecimento apresentaram um comportamento bastante similar ao previsto por GILLESPIE (1992). A figura 22 mostra a resposta em função do amortecimento (damping). 100% representa o valor de amortecimento crítico do sistema. Observa-se uma redução do pico até este amortecimento crítico.

Os resultados mostram, assim como em GILLESPIE(1992), que um aumento do coeficiente de amortecimento melhora os resultados, até um determinado limite crítico.



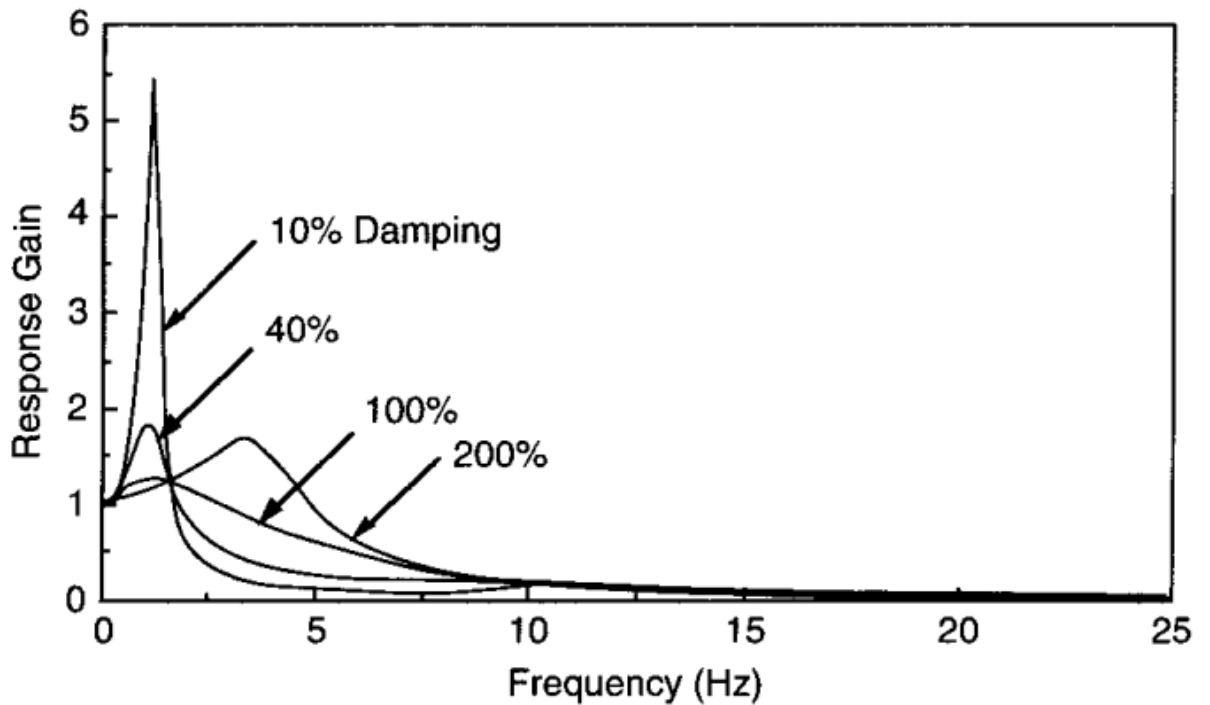


Figura 22 – Resposta em função dos valores de amortecimento. Fonte: GILLESPIE(1992).

## 5. CONCLUSÕES PRELIMINARES

A redução da vibração e dos movimentos transmitidos ao corpo humano é um avanço em questões de saúde e conforto para veículos. Busca-se minimizar as vibrações para o condutor, para obter-se melhores resultados e maior satisfação.

Foi possível mostrar que os coeficientes de amortecimento e rigidez possuem impacto na função transferência do sistema. Por consequência, eles possuem impacto na transmissão de vibrações da pista para o passageiro. Assim, estes representam as variáveis para a minimização da função, pois, quanto menor a função de transferência, menor a transferência de oscilação do perfil de pista para o condutor.

Comparando-se diversos resultados na literatura, observou-se que coeficientes de rigidez na faixa de 0-10 kN/m apresentaram melhores resultados que rigidez na faixa de 50-100 kN/m, assim como que, um maior coeficiente de amortecimento representa uma melhora no sistema, ao menos até 2 kNs/m.

A variação dos parâmetros sugere que existem valores ótimos de rigidez e amortecimento, que alcançam níveis satisfatórios de conforto e mínimos de transmissão de movimento. É possível obter parâmetros ótimos para minimizar a transferência de oscilações para cada diferente projeto de veículo, com diferentes propriedades de massa suspensa e não suspensa, rigidez destas massas e amortecimento da massa suspensa.

### 5.1 – PERSPECTIVAS TCC 2

A continuação desse trabalho deverá se dar em utilizar um modelo biodinâmico mais avançado com um número maior de GDL, visando um modelo mais conciso com a realidade e de maior complexidade.

Também será realizada a otimização dos parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão, através de um ou mais algoritmos otimizadores, para fins comparativos e para completar o objetivo do trabalho.

### 5.2 – CRONOGRAMA TCC 2

Etapa 1 (Julho a agosto): Correções TCC 1.

Etapa 2(Julho a Setembro): Escolher um novo modelo biodinâmico com maior graus de liberdade. Reformular a parte matemática e os modelos para este novo modelo.

Etapa 3(Setembro a Outubro): Decidir qual(is) algoritmo(s) de otimização a ser(em) usado(s) e pesquisar a revisão bibliográfica do(s) mesmo(s).

Etapa 4(Outubro a Novembro): Executar o(s) algoritmo(s) de otimização escolhido(s).

	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro
Etapa 1	X	X			
Etapa 2	X	X	X		
Etapa 3			X	X	
Etapa 4				X	X

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARORA, Jasbir. Introduction to Optimum Design. Elsevier Academic Press, 2004.
- BOLINA, Cecília de Castro. Estudo numérico-experimental para proposição de modelo biodinâmico do corpo-humano submetido a vibrações verticais. 2015.
- BURNS, Lawrence. BORRONI, Christopher. MITCHELL, William. A reinvenção do automóvel – Mobilidade urbana pessoal para o século XXI. Editora Alaúde, São Paulo, 2010.
- CASAS, Walter Jesus Paucar et al. Análise de incerteza na otimização de parâmetros biodinâmicos de motorista para conforto e segurança. 2015.
- COERMANN, Rolf R.; MAGID, Edward B.; LANGE, Karl O. Human. Performance under vibrational stress. Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, v. 4, n. 5, p. 315-324, 1962.
- DEN HARTOG, Jacob Pieter. Mechanical vibrations. Courier Corporation, 1985.
- DREHMER, Luis R. Centeno; CASAS, Walter J. Paucar; GOMES, Herbert Martins. Mecânica Computacional, Volume XXXIV. Numero 39. Modeling of Multibody Systems (A). 2016.
- DREHMER, Luis Roberto Centeno. Otimização de parâmetros concentrados de suspensão para conforto e segurança veicular. 2012.
- FERREIRA, Cláudio Vidrih; SCARPIM, Ana Cláudia. Vibrações ocupacionais: uma revisão da literatura. Revista Ciência & Saberes-Facema, v. 1, n. 1, p. 70-74, 2015.
- FERREIRA, Darlan Souza. Otimização dos parametros de uma suspensão veicular. Universidade de Brasilia, 2016.
- GILLESPIE, Thomas D , 1992,. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA
- MANSFIELD, Neil J. Human response to vibration. CRC press, 2004.
- NABARETE, Airon Notas de aula: Dinâmica de estruturas e aeroelasticidade. <http://slideplayer.com.br/slide/7309546/>
- NIAGEM, S. P; MALIK, M. A Study on a Vibratory Model of a Human Body. Journal of Biomechanical Engineering 109 (2), 1987
- PAREDES, Miguel Moura et al. Utilização de amortecedores de massas sintonizadas no controlo de vibrações em estruturas. 2013.
- PEREIRA, Leonardo, 2013. Análise dinâmica e otimização do controle de vibrações pelo algoritmo do regulador quadrático linear em um modelo veicular completo

sob a ação de perfis de pista. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

RAO, Singiresu. Vibrações Mecânicas. Pearson Prentice Hall, 2009.

RILL, Georg. Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling. CRC Press, 2011.

ROEHL, J. L. P.;PAULINO, G. H. . Notas de aula: Dinâmica Estrutural – Análise Não Determinística. PUC-RJ, 1988

SEBASTIÃO, Barbara Aparecida; MARZIALE, Maria Helena Palucci; ROBAZZI, Maria Lúcia do Carmo Cruz. Uma revisão sobre efeitos adversos ocasionados na saúde de trabalhadores expostos à vibração. Rev. baiana saúde pública, v. 31, n. 1, p. 178-186, 2007.

STAINER, R. M. Whole body vibration and shock: A literature review. HSE Books, UK..

## ANEXOS

### ANEXO I: Código MATLAB (valores da figura 22)

```
clear all
```

```
clc
```

```
%Declaração de incognitas
```

```
Mns=36;
```

```
Ms=240;
```

```
Mb=83.72;
```

```
Kns=16000;
```

```
Ks=8000;
```

```
Kb=131180;
```

```
Cns=0;
```

```
Cs=2500;
```

```
Cb=3780;
```

```
syms w;
```

```
M(1,1)=Mns;
```

```
M(1,2)=0;
```

$$M(1,3)=0;$$

$$M(2,1)=0;$$

$$M(2,2)=M_s;$$

$$M(2,3)=0;$$

$$M(3,1)=0;$$

$$M(3,2)=0;$$

$$M(3,3)=M_b;$$

$$K(1,1)=K_{ns}+K_s;$$

$$K(1,2)=-K_s;$$

$$K(1,3)=0;$$

$$K(2,1)=-K_s;$$

$$K(2,2)=K_s+K_b;$$

$$K(2,3)=-K_b;$$

$$K(3,1)=0;$$

$$K(3,2)=-K_b;$$

$$K(3,3)=K_b;$$

$$C(1,1)=C_{ns}+C_s;$$

$$C(1,2)=-C_s;$$

$$C(1,3)=0;$$

$$C(2,1)=-C_s;$$

$$C(2,2)=C_s+C_b;$$

$$C(2,3)=-C_b;$$

$$C(3,1)=0;$$

$$C(3,2)=-C_b;$$

$$C(3,3)=C_b;$$

%Declaração da matriz a ser invertida

```
A=(-(w^2)*M)+(1i*w*C)+K;  
%inversa  
B=inv(A);  
%termo H(1,3)  
C=B(1,3);  
%modulo  
syms w real;  
H=feval(symengine, 'rectform', abs(C));  
ezplot(w,10^6*H,[0,20])
```