



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia Automotiva**

**ANÁLISE DE SUSPENSÃO SEMIATIVA ON-OFF DE  
UM QUARTO DE VEÍCULO**

**Autor: Matheus Alves Melo  
Orientador: Suzana Moreira Avila**

**Brasília, DF  
2017**



**Matheus Alves Melo**

**ANÁLISE DE SUSPENSÃO SEMIATIVA ON-OFF DE UM QUARTO DE VEÍCULO**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Automotiva da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva.

Orientador: Suzana Moreira Avila D.Sc.

**Brasília, DF  
2017**

**CIP – Catalogação Internacional da Publicação\***

Melo, Matheus.

Análise de Suspensão Semiativa On-Off de Um Quarto de Veículo / Matheus Alves Melo. Brasília: UnB, 2017.  
103 p. : il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2017. Orientação: Suzana  
Moreira Avila

1. Controle ON-OFF. 2. Suspensão Semiativa. 3. Modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo I. Avila, Suzana. II. Análise De Suspensão Semiativa On-Off De Um Quarto De Veículo.

CDU Classificação



## **REGULAMENTO E NORMA PARA REDAÇÃO DE RELATÓRIOS DE PROJETOS DE GRADUAÇÃO FACULDADE DO GAMA - FGA**

**Matheus Alves Melo**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em (data da aprovação dd/mm/aa) apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. D.Sc.: Suzana Moreira Ávila, UnB/ FGA**  
Orientador

---

**Prof. D. Sc.: André Murilo de Almeida Pinto, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. MSc.: Saleh Barbosa Khalil, UnB/ FGA UnB/ FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2013

Esse trabalho é dedicado aos meus pais e meus irmãos que sempre me apoiaram e estiveram presentes nos momentos mais difíceis

Educação não transforma o mundo.  
Educação muda as pessoas.  
Pessoas mudam o mundo.

Paulo Freire

## RESUMO

Com o avanço do mundo moderno, a inovação tecnológica torna-se cada vez mais presente no mercado contemporâneo, no setor automotivo com o desenvolvimento dos sistemas eletrônicos, o controle de sistemas tornou-se um campo que vêm ganhando bastante enfoque e notoriedade. A suspensão de um veículo tem a função de isolar o chassi das irregularidades da estrada, reagir a forças produzidas pelos pneus e a torques de travagem e condução e manter sempre o pneu em contato com a pista, proporcionando estabilidade e segurança. Este trabalho propõem um controle on/off onde é possível mudar o coeficiente de amortecimento do sistema para que o mesmo se adapte ao terreno no qual se encontra, o deslocamento da massa suspensa servirá como parâmetro de controle, de acordo com essa entrada a suspensão alternará em modos. Em modo off o coeficiente de amortecimento é obtido através da otimização dos coeficientes da suspensão através do algoritmo genético. Em modo on, já para uma outra condição de terreno, temos o coeficiente de amortecimento calculado a partir do algoritmo de controle ótimo (LQR). Este modelo de suspensão semiativa é uma alternativa a suspensões ativas que em tese são bastante eficientes, porém demasiadamente caras, o que não a torna atrativas para implementação em novos veículos.

**Palavras-chave:** Controle ON/OFF, Suspensão Semiativa, LQR, 1/4 de Veículo.

## ABSTRACT

With the advancement of the modern world, technological innovation becomes more and more present in the contemporary market, in the automotive sector with the development of electronic systems, the control of vibrations has become a field that has gained considerable focus and notoriety. The suspension of a vehicle according to Gillespie, 1992, has the function of isolating the chassis from the irregularities of the road, reacting to the forces produced by the tires and the braking and driving torques and always keeping the tire in contact with the road, providing stability and safety. This work proposes an ON / OFF control where it is possible to change the damping coefficient of the system so that it adapts to the terrain in which it is, the suspension will analyse the displacement of the sprung mass that will serve as control parameter, according to this Input mode will alternate in modes. In OFF mode the damping coefficient is obtained by optimizing the suspension coefficients through the genetic algorithm. In ON mode, already for another terrain condition, we have the damping coefficient calculated from the linear quadratic regulator (LQR). This semi-active suspension model is an alternative to active suspensions. Active suspensions in theory are quite efficient, but too expensive, not making it attractive for installation in new vehicles.

**Keywords:** ON/OFF control, Semi-Active Vehicle Suspension, LQR, Quarter Car.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Feixe de Molas. Fonte: Pagina da Molas Hoesch na internet.....	27
Figura 2. Parâmetros dimensionais para molas helicoidais. Fonte: Norton adaptada (2013).....	28
Figura 3. Suspensão com barra de torção. Fonte: Adaptado de Stone & Ball 2004..	29
Figura 4. Amortecedor do tipo luneta. Fonte: Página da Ruwal Motors na internet ...	30
Figura 5. Comparativo do efeito <i>rolling</i> na carroceria de dois veículos sem e com a barra estabilizadora sob o efeito da força centrífuga. Fonte: Adaptada de página da FierrosClassicos na internet.....	31
Figura 6. Composição de um pneu. Fonte: Blog do Alessandro Moreira.....	32
Figura 7. Principais elementos de uma suspensão automotiva. Fonte: Pagina da Auto Entusiastas na internet .....	33
Figura 8. Diagrama de Blocos Controle On/Off. Fonte: Guimarães, 2016.....	37
Figura 9. Suspensão passiva, modelo de ¼ de veículo. Fonte: Jazar, 2008 .....	42
Figura 10. Resposta a excitação degrau no domínio do tempo da massa suspensa. ....	47
Figura 11. Resposta a excitação impulso no domínio do tempo da massa suspensa. ....	48
Figura 12. Resposta a excitação harmônica no domínio do tempo da massa suspensa. ....	48
Figura 13. a) Resposta ao ruído branco do modelo proposto por Sousa para excitações harmônicas (vermelho) e modelo otimizado via LQR (azul) .....	49
Figura 14. Resposta em frequência do sistema semiativo. ....	50
Figura 15. Resposta a excitação harmônica no domínio do tempo da massa suspensa, $\omega = 20$ rad/s.....	51
Figura 16. Resposta a excitação harmônica no domínio do tempo da massa suspensa, $\omega = 90$ rad/s.....	51
Figura 17. Resposta no tempo do deslocamento dos modos ON (azul), OFF (vermelho) e semiativo ON/OFF (preto) sob carregamento harmônico com a frequência variando. ....	52

**LISTA DE SÍMBOLOS**

$M_s$	Massa suspensa
$M_u$	Massa não suspensa
$k_s$	Rigidez da mola
$c_s$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor
$k_u$	Rigidez do pneu
$y$	Excitação de entrada
$x_s$	Deslocamento da massa suspensa
$x_u$	Deslocamentos da massa não suspensa
$\dot{x}_s$	Velocidade da massa suspensa
$\dot{x}_u$	Velocidade da massa não suspensa
$\ddot{x}_s$	Aceleração da massa suspensa
$\ddot{x}_u$	Aceleração da massa não suspensa
$A$	Matriz de estados
$B$	Matriz de entrada
$C$	Matriz de saída
$D$	Matriz de transmissão direta
$u$	Força de controle
$G$	Matriz de ganho
$Q$	Matriz de ponderação

## SUMÁRIO

<b>RESUMO .....</b>	<b>17</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>18</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>19</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>20</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>22</b>
1.1 JUSTIFICATIVA .....	24
1.2 OBJETIVO .....	24
1.3 METODOLOGIA .....	24
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>26</b>
2.1. SUSPENSÃO .....	26
<b>2.1.1. Componentes do sistema de suspensão .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1.2. Sistema de Suspensão Passivo .....</b>	<b>33</b>
<b>2.1.3. Sistema de Suspensão Ativa .....</b>	<b>34</b>
<b>2.1.4. Sistema de Suspensão Semiativa .....</b>	<b>35</b>
2.2. CONTROLADORES .....	36
<b>2.2.1 Controle On-Off .....</b>	<b>37</b>
<b>2.2.2 Controle ótimo linear clássico (LQR) .....</b>	<b>38</b>
2.3 ESTADO DA ARTE .....	38
<b>3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....</b>	<b>41</b>
3.1. EQUAÇÃO DE ESTADO .....	41
3.2. MODELO DE 1/4 DE VEÍCULO .....	41
3.3. AMORTECEDOR DE DOIS ESTÁGIOS 'ON-OFF' .....	43
<b>4. RESULTADOS PARCIAIS .....</b>	<b>45</b>
4.1 SISTEMA SEMIATIVO ON/OFF .....	45
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>54</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>55</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Com o advento do mundo moderno e o conseqüente surgimento de novas tecnologias é cada vez mais comum a adoção de sistemas de controle nos automóveis. Hoje é possível encontrar veículos com diversos sistemas eletromecânicos distribuídos hierarquicamente controlados por uma ou mais centrais eletrônicas, tornando a condução desses veículos cada vez mais segura e confortável. Os sistemas eletromecânicos são cada vez mais utilizados em substituição ou complemento dos sistemas puramente mecânicos, apresentam ser sistemas mais eficientes com menor peso e volume, características que atribui grandes vantagens na dinâmica do veículo, bem como na sua condução.

A aplicação de sistemas eletrônicos controlados ao sistema de suspensão é foco de estudo nos últimos anos na literatura, diversas propostas de controle para suspensões têm sido apresentadas. Os primeiros trabalhos relacionados ao controle ativo e semiativo têm origem ainda na década de 70, como por exemplo o trabalho de Thompson (1971), que propõem o uso de atuadores hidráulicos com amortecimento variável.

O controle de vibrações é um problema bastante comum na engenharia, tendo diversas aplicações, como em máquinas de lavar, pontes, edificações e entre outros, no setor automotivo a suspensão é o sistema responsável por dissipar movimentos indesejáveis na carroceira. A vibração em excesso segundo Rao (2008), em excesso pode levar ao desgaste prematuro e a falhas por fadiga. Mas, nem sempre a utilização de elementos puramente passivos é capaz de contrapor a grande faixa de frequência da perturbação, surgindo daí a necessidade de sistemas mais eficazes (Crivellaro, 2008).

As suspensões passivas modernas apresentam boa eficiência, são baratas, simples e de fácil manuseio, segundo Crivellaro (2008) as suspensões tradicionais apresentam um excelente custo benefício quando comparadas as suspensões ativas e semiativas, abrangendo uma ampla faixa de vibrações, porém não são capazes de proporcionar com eficiência conforto e segurança. Atender ambos os requisitos ainda é um desafio para a indústria automobilística. A otimização do conforto acarreta na redução do desempenho da estabilidade, o mesmo é observado quando o caso é invertido (Picado, 1998).

As suspensões ativas são em teoria bastante eficientes, capazes de isolar satisfatoriamente a carroceira das vibrações advindas do perfil do terreno. Porém, sua aplicação prática apresenta uma série de desvantagens devido à complexidade do sistema, o que torna a sua aquisição e manutenção de alto custo. Outro fator que inviabiliza o seu uso nos automóveis comerciais é a necessidade de alimentação de energia por uma fonte externa, associado ao grande peso do sistema, a suspensão ativa eleva bastante o consumo de combustível. Podemos citar o caso da suspensão ativa da Bose, em meados dos anos 2000, a empresa apresenta um sistema extremamente eficiente, a suspensão absorve praticamente todas as imperfeições dos terrenos ao qual era submetido, mesmo com o sucesso de todos os testes a suspensão ativa não se tornou viável por ser cara, complexa, grande e pesada demais, o caso é melhor apresentado no site da Flat Out em sua página na internet<sup>1</sup>.

Outro exemplo interessante do uso da suspensão ativa foi nas Williams-Renault FW14 e FW14B que correram respectivamente nas temporadas de 1991 e 1992 da Formula 1. O modelo deu o primeiro e único título mundial do inglês Nigel Mansell e o mundial de construtores a Williams em 1992 por conta da sua superioridade em relação aos demais, o carro de Mansell parecia flutuar segundo relatos da época, se adaptando com perfeição as irregularidades da pista. A suspensão ativa da Williams influenciava diretamente na aerodinâmica do carro, aumentando o efeito solo, com o carro mais estável e “grudado no chão” a FW14B andava mais nas retas e era mais estável nas curvas. Em 1993 devida a pressão de equipes menores, que alegavam custos exorbitantes do sistema ativo, e do acidente envolvendo o piloto Italiano Alex Zanardi que guiava uma Lotus com o sistema de suspensão ativa a FIA decidiu banir o sistema, com alegação de que sistemas eletromecânicos estavam não poderiam influenciar na aerodinâmica do carro. O sistema de suspensão ativa da Formula 1 era também muito perigoso, pois os atuadores trabalhavam com óleos a altas pressões, expondo os mecânicos a riscos de graves queimaduras. (Cardoso et al, 2016)

Os sistemas semiativos são uma alternativa em vista das desvantagens dos sistemas puramente ativos, alia a simplicidade das suspensões passivas com a eficiência da suspensão ativa. Utilizam um número menor de componentes

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.flatout.com.br/o-que-era-e-que-fim-levou-a-misteriosa-suspensao-ativa-da-bose/>> . Acessado em maio de 2017

comparado às suspensões ativas sendo mais robustos. Funciona mesmo desligado, atuando como uma suspensão passiva, isso torna a suspensão mais aplicável e mais confiável. Tem um consumo de energia na média de 20 Watts de potência, que pode ser facilmente suportado pela bateria do veículo, com baixo impacto no consumo de combustível (Crivellaro, 2008). Apesar de ser significativamente mais simples e barata que os sistemas de suspensão ativa, a suspensão semiativa ainda apresenta alto custo para uma larga aplicação comercial, se restringindo somente a um pequeno nicho de veículos, como a Ferrari 599 GTB Fiorano, Audi TT, Cadillac Seville STS entre outros.

### 1.1 JUSTIFICATIVA

Necessidade em aprofundar o estudo no campo do controle automobilístico, área que vêm crescendo muito com o desenvolvimento da tecnologia, a cada dia os veículos contam com mais sistemas controlados no intuito de melhorar ao máximo a performance e conforto dos veículos. A suspensão ainda é um dos poucos sistemas onde a utilização do controle não ganhou força, necessitando de estudos para que modelos de suspensões ativa e semiativa ganhe viabilidade no mercado atual e futuro.

### 1.2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho consiste em realizar uma análise numérica de um modelo matemático de uma suspensão semiativa com controle on-off com base em modelo simplificado de 1\4 de veículo.

Dentro desse tema podemos apresentam-se os seguintes objetivos específicos:

- Comparar a resposta dos sistemas otimizados ao degrau, impulso e a excitação harmônica
- Combinar dois modelos otimizados em um controlador ON/OFF e obter a melhor resposta.

### 1.3 METODOLOGIA

O estudo se dividiu da seguinte maneira: realizou-se o estudo e a revisão dos fundamentos teóricos que rodam o assunto, juntamente com as suas respectivas formulações matemáticas; definiu-se o modelo a ser estudado e o software de simulação (MATLAB), realizou-se então um estudo comparativo entre os dois modos

da suspensão, modo OFF otimizado via algoritmo genético e modo ON otimizado via LQR, por último desenvolveu-se o modelo numérico do sistema semiativo ON/OFF com os dois modos estudados e foi avaliado o seu desempenho.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. SUSPENSÃO

A suspensão tem por finalidade suportar o peso do veículo sobre os seus eixos, manter as rodas na direção e angulação adequados, reagir a excitações externas produzidas pelos pneus, torques de frenagem e aceleração, carregamentos laterais, atenuar vibrações oriundas das excitações do percurso e garantir o contato dos pneus com o solo, dando aos passageiros a sensação do isolamento da carroceria. A suspensão automotiva, de acordo com Jazar (2008), é o conjunto de mecanismos que liga as rodas ao corpo do veículo e permite o seu movimento relativo. As rodas, através da articulação de suspensão, devem impulsionar, movimentar e parar o veículo, e apoiar as forças a ele associadas.

#### 2.1.1. Componentes do sistema de suspensão

Savaresi (2010), diz que uma suspensão na sua configuração clássica e convencional, é constituída por três tipos de elementos principais:

- ✓ Um elemento elástico (tipicamente uma mola helicoidal), que fornece uma força proporcional e oposta ao alongamento da suspensão; desempenha papel importante no carregamento estático suportando toda a carga.
- ✓ Um elemento amortecedor (tipicamente um amortecedor hidráulico), que fornece uma força dissipativa proporcional e oposta à velocidade de alongamento; esta proporciona uma força insignificante no estado de equilíbrio, mas desempenha um papel crucial no comportamento dinâmico da suspensão.
- ✓ Um conjunto de elementos mecânicos que liga o corpo suspenso (suspenso) à massa não suspensa.

--

##### 2.1.1.1. Molas

Mendonça (1998), afirma em “Nova Enciclopédia do Automóvel” que mola é o elemento mecânico primordialmente elástico, que serve para acumular a energia gerada por algum movimento ou simplesmente repassá-lo. De maneira geral as molas podem ser divididas segundo a sua aplicação no veículo: molas de compressão (helicoidal da suspensão), de tração (cumpre o trabalho de ligar o cabo do acelerador



ao carburador), de torção (um exemplo seria a barra de torção na suspensão traseira do VW Fusca), e de flexão (feixe de molas).

#### 2.1.1.1.1. Feixe de molas longitudinais

Segundo Mendonça (1998), o feixe de mola é definido como um elemento elástico usado em suspensões que exijam extrema robustez mecânica. Atualmente é raro encontrar feixe de molas em carros de passeio, seu uso é voltado para picapes e caminhões. Constituídos basicamente por um conjunto de lâminas sobrepostas conectadas nas extremidades por braçadeiras como é ilustrado na Figura (1).

O feixe de molas trabalha sob flexo-torção, sendo a flexão o esforço predominante. A utilização desse tipo de mola torna as suspensões mais simples e robustas, sendo muito usados em veículos pesado de eixo rígido, porém Mendonça (1998), afirma que este tipo de mola apresenta baixa eficiência em pisos irregulares, e difícil conciliação de conforto e estabilidade.



Figura 1 - Feixe de Molas. Fonte: Pagina da Molas Hoesch na internet<sup>2</sup>

#### 2.1.1.1.2. Molas Helicoidais

Segundo Stone & Ball (2004), as molas helicoidais nada mais são que molas de torção em formato de bobina, com pouco ou nenhum amortecimento inerente, exigindo assim em um projeto de suspensão o uso de amortecedor. Segundo Gordo & Ferreira (2000) as molas helicoidais podem operar por **torção**, **tração** e **compressão**.

Ferreira (2003), diz que molas helicoidais têm a constante elástica constante, mas podendo variar com o carregamento sobre a mesma. Mola esta geralmente encontrada em veículos comerciais e de passeios leves.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <<http://www.hoesch.com.br/index.php/produtos-feixes/feixes-de-molas>> . Acessado em 10 de maio de 2017

As molas helicoidais dependem tanto do material como o qual foi produzida como das características geométricas atribuídas a ela na sua confecção, no seu livro Norton (2013), diz que o diâmetro do fio  $d$ , diâmetro médio da espira  $D$ , comprimento livre  $L_f$ , número de espiras  $N_t$  ou passo de espiras  $p$ , são parâmetros da geometria da mola para fins de projeto e fabricação, abaixo na Figura (2) é esquematizado esses parâmetros na mola.

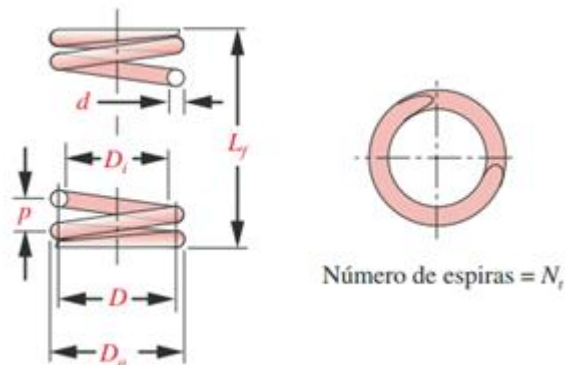


Figura 2. Parâmetros dimensionais para molas helicoidais. Fonte: Norton adaptada (2013).

#### 2.1.1.1.3 Barra de Torção

Segundo Mendonça (1998), a barra de torção é uma barra de aço-carbono tratado como mola com uma de suas extremidades engastada na carroceria e a outra à parte móvel da suspensão, a barra trabalhará sobre torção dando flexibilidade ao conjunto. Stone & Ball (2004), afirma em seu livro que enquanto a barra permanece na região elástica, a resistência de torque retornará a barra à sua posição normal após a descarga.

Tem vantagem sobre as molas helicoidais, pois a mesma ocupa menos espaço, e pode ser posicionada em sentido transversal ou longitudinal. Também é caracterizada pela sua baixa manutenção, fato devido a sua simplicidade, porém em muitos veículos exigia amortecedores de carga mais rígida influenciando diretamente no conforto dos ocupantes. A barra de torção ficou mundialmente conhecida por ser utilizada no Fusca, criada por Ferdinand Porsche em 1931, a Figura (3) ilustra o posicionamento da barra de torção.

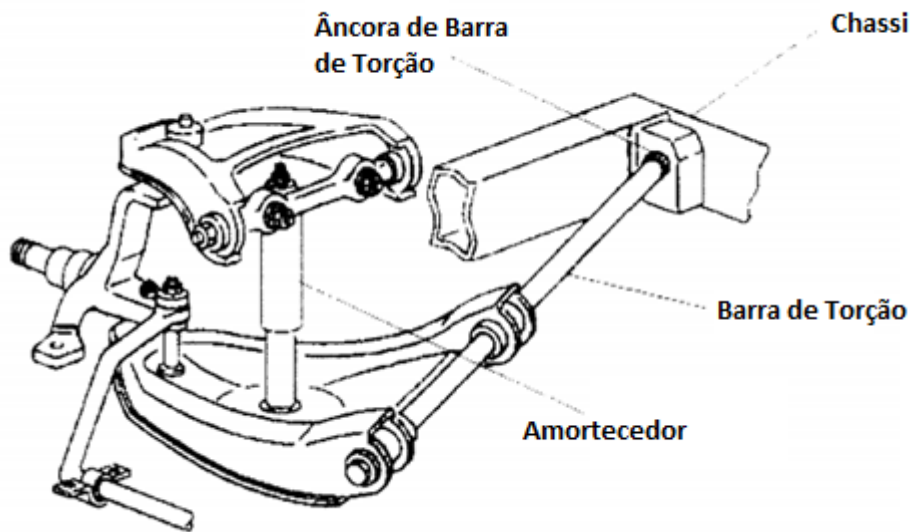


Figura 3. Suspensão com barra de torção. Fonte: Adaptado de Stone & Ball 2004.

#### 2.1.1.2. Amortecedores

Elemento primordial no funcionamento do conjunto da suspensão, tem a função de absorver as oscilações geradas na mola, o amortecedor tem a função de absorver as oscilações naturais criadas pela compressão do elemento elástico da suspensão quando excitados pelas variações do terreno pelo qual o veículo trafega (Mendonça, 1998). Segundo Stone & Ball (2004), o amortecedor produz força de amortecimento devido a ação de fluido, geralmente óleo, sendo forçado através de um orifício ou válvula. Rao (2008) define amortecimento como o mecanismo pelo qual a energia de vibração é gradativamente convertida em calor ou som.

O princípio de funcionamento de um amortecedor é simples, o óleo é encontrado dentro de um cilindro que é pressionado por um pistão com diversos orifícios, ao sofrer ação de movimentos vibratórios o pistão corre no interior do cilindro e assim vai diminuindo a velocidade da força excitatória em função da resistência imposta pelo óleo, que vai passando paulatinamente pelos orifícios.

Os amortecedores telescópicos, os mais utilizados atualmente na indústria automotiva, são divididos em de tubo simples ou tubo duplo. Embora os amortecedores do tubo duplo sejam mais pesados e tendem a operar a temperaturas mais elevadas do que os de tubo único, são mais fáceis e mais baratos de se fabricar. O tubo duplo contém entre o cilindro externo e interno um espaço que entre eles se forma um reservatório de óleo. À medida que o pistão se move para cima e para baixo,

uma válvula no fundo do tubo interno permite que o óleo flua para dentro do reservatório (Stone & Ball, 2004), um exemplo de amortecedor telescópico é ilustrado na Figura (4).



Figura 4. Amortecedor do tipo luneta. Fonte: Página da Ruwal Motors na internet<sup>3</sup>

No amortecedor de tubo simples, a única ação é a do fluido que flui através da válvula no pistão. A maioria dos amortecedores de tubo simples tem um volume de gás comprimido abaixo do pistão flutuante. Esse gás move o pistão flutuante à medida que o volume do fluido muda. O objetivo deste mecanismo é impedir a formação de espuma no fluido. Mesmo que pequena, qualquer quantidade de ar no fluido passa através da válvula com facilidade, reduzindo assim consideravelmente o amortecimento (Stone & Ball, 2004).

#### 2.1.1.3. Barra Estabilizadora

Também conhecida como barra anti-rolagem, atua na contenção de inclinações laterais da carroceria. Sua função é de evitar a sensação de capotamento transmitida aos ocupantes por meio da diminuição do *rolling*<sup>4</sup>, em curvas a carroceria sofre ação da força centrífuga que a inclina sob o eixo longitudinal na altura do baricentro em direção à parte externa da curva (Mendonça, 1998).

A barra de torção é fixada a cada lado da suspensão como é ilustrado na Figura (5), a barra estabilizadora somente tem efeito quando apenas um lado da

---

<sup>3</sup> Disponível em: < [http://www.ruwal.com.br/productimage.php?product\\_id=199](http://www.ruwal.com.br/productimage.php?product_id=199)> Acessado em 11 de maio de 2017

<sup>4</sup> Expressão inglesa que designa a característica de um veículo em inclinar sob a ação de força centrífuga.

suspensão é comprimido, ela atua como uma barra de torção dando resistência ao rolamento (Ferreira, 2003).

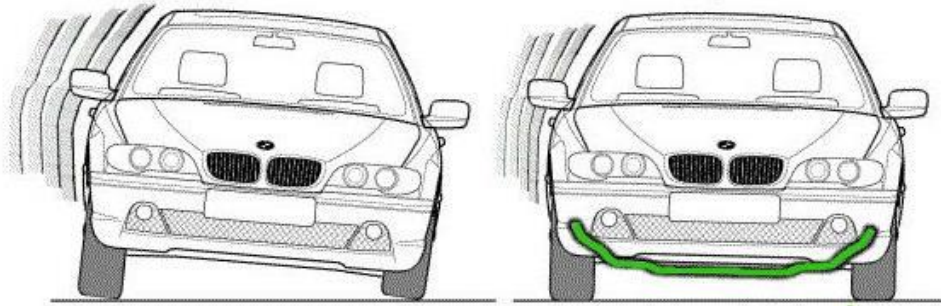


Figura 5. Comparativo do efeito *rolling* na carroceria de dois veículos sem e com a barra estabilizadora sob o efeito da força centrífuga. Fonte: Adaptada de página da FierrosClassicos na internet<sup>5</sup>.

Além de evitar o *rolling*, segundo Mendonça (1998) a barra tem a função de manter a geometria das rodas assim como previstas em projeto, portanto, a barra estabilizadora assegura melhores condições de aderência.

#### 2.1.1.3. Pneus

O pneu representa o único contato do automóvel com a estrada, componente essencial do sistema de suspensão que por si só apresenta características de rigidez e amortecimento, impactando assim na dinâmica da condução do veículo. (Stone & Ball, 2004). Excetuando as forças aerodinâmicas, todas as demais excitações ocorrem na zona de contato entre o pneu e a estrada. Pela tamanha influência na dinâmica do veículo o pneu é um elemento que merece destaque no projeto de suspensão.

É formado por uma celeuma de compostos que objetivam durabilidade, conforto, performance e pouco atrito, todas essas características são difíceis de serem alcançadas em um mesmo pneu, pois muitas delas são antagônicas, este fato explica a ampla gama de pneus disponíveis no mercado, cabe ao projetista escolher o pneu com as características certas para cada finalidade.

Segundo Gillespie (1992) o pneu tem as seguintes funções básicas:

- ✓ Suporta a carga vertical, enquanto a amortece contra os choques da estrada;

<sup>5</sup> Disponível em: < <http://www.fierrosclasicos.com/que-es-la-barra-estabilizadora-y-como-funciona/>> Acessado em maio de 2017.

- ✓ Desenvolve forças longitudinais de aceleração e frenagem;
- ✓ Desenvolve forças laterais para as curvas

O pneu é basicamente constituído pela banda de rodagem (formada por compostos de borracha e negro-de-fumo) zona que entra em contato com a estrada, possui uma carcaça interior resistente, com cabos metálicos (talões) incorporados na zona de contato com a roda e paredes laterais flexíveis (flanco), destinadas a absorver as cargas que lhes são impostas. As ranhuras da banda de rodagem, ou rasto, facilitam a aderência ao solo em variadas condições de rolamento (Mendonça, 1998). Abaixo na Figura (6), é possível visualizar a composição do pneu.

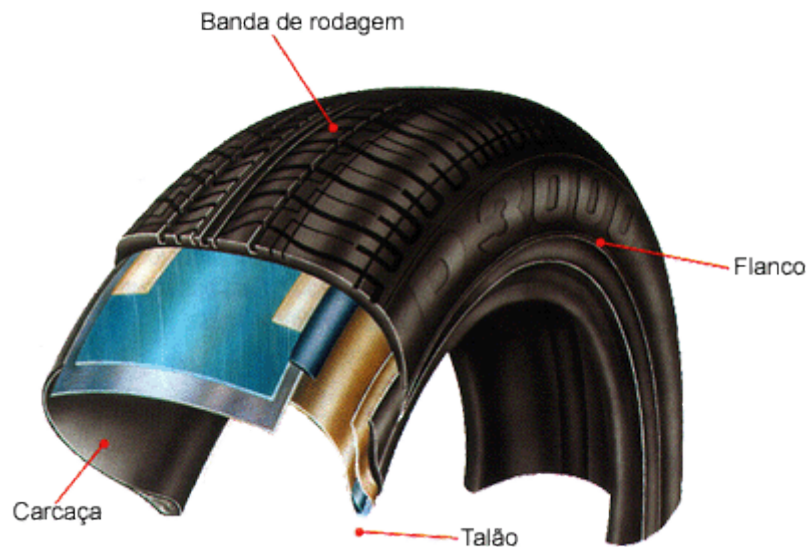


Figura 6. Composição de um pneu. Fonte: Blog do Alessandro Moreira<sup>6</sup>

O comportamento do pneu não depende somente da sua concepção ou dos materiais ao qual é formado, mas também da pressão no seu interior, a pressão correta de um pneu varia de acordo com o projeto, a correta calibragem dos pneus distribui adequadamente as tensões que o mesmo está sujeito. A pressão correta é um fator determinante e varia em função do tamanho do pneu e da carga que vai suportar, o incorreto flexionamento das paredes laterais originam o aumento da temperatura interna do pneu, fazem aumentar o consumo de combustível e diminuir a vida útil da carcaça (Rocha, 2012).

---

<sup>6</sup> Disponível em: <<http://doctortire-jm.blogspot.com.br/2012/08/entenda-de-reparos-certamente-no-texto.html>> Acessado em 28 de maio de 2017

Segundo Rocha (2012), a baixa pressão aumenta a amplitude de flexão do pneu, causando aumento de calor nos componentes do pneu por histerese, o que contribui para a diminuição da vida útil dos compostos de borracha, e fadiga, nos cabos de aço da carcaça e cintas. Pneus com alta pressão são mais vulneráveis a cortes na superfície da rodagem, quebras por impacto, perfurações e danos por choque. Na figura abaixo, Figura (7), é possível ver como os elementos da suspensão são distribuídos e suas respectivas conexões.

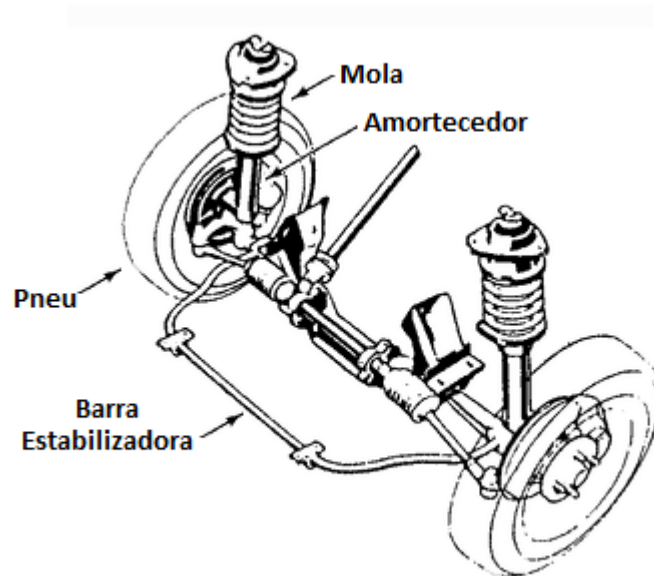


Figura 7. Principais elementos de uma suspensão automotiva. Fonte: Pagina da Auto Entusiastas na internet<sup>7</sup>

### 2.1.2. Sistema de Suspensão Passivo

O sistema de suspensão passiva é composto por elementos com amortecimento e elasticidade puramente mecânico, as características físicas desses elementos não são alteradas com o tempo, os coeficientes de amortecimento e elasticidade são fixos, o amortecedor tem apenas a função de dissipação de energia cinética. Esse sistema tem uma melhor relação custo benefício se comparado com o demais, proporcionando ainda sim conforto e segurança para o veículo. São os sistemas mais encontrados nos veículos modernos, e são caracterizados por não usar fonte de energia, pois são compostos exclusivamente de elementos passivos (molas

---

<sup>7</sup> Disponível em: < <http://www.autoentusiastasclassic.com.br/2011/03/barra-estabilizadora-otima-enquanto.html> > Acessado em 02 de junho de 2017.

e amortecedores), este fator é o responsável pela sua simplicidade e confiabilidade (Crivellaro, 2008).

Contudo, a suspensão passiva é limitada as condições do perfil específico de terreno, não sendo tão eficiente quando transita em perfis de terreno fora da faixa de projeto. Isso pode acarretar em certos casos desconforto aos ocupantes do veículo e até mesmo a mudança da dinâmica da suspensão, afetando até mesmo a segurança do veículo. A melhoria do desempenho, com o aumento da faixa de operação, geralmente vem acompanhada de aumentos de custos, aumento da complexidade do sistema e a diminuição da confiabilidade de projeto (Crivellaro, 2008).

### **2.1.3. Sistema de Suspensão Ativa**

Em um projeto de suspensão deve-se levar em conta bons níveis de conforto e estabilidade, porém essas características são antagônicas, pois para se obter bons níveis de conforto a suspensão deve ter elementos mais flexíveis, porém isso interfere negativamente na estabilidade e na segurança do veículo que pede um sistema de suspensão mais rígido. Embora um ponto ótimo seja alcançado na elaboração do projeto conciliando as duas características, é possível obter resultados muito superiores no desempenho da suspensão com o uso de elementos ativos (Ting, 1995).

O objetivo de controle de um sistema de suspensão ativa é produzir um isolamento da massa suspensa, transmitindo a melhor sensação de conforto para os ocupantes. O desconforto é o resultado da aceleração vertical e horizontal causada por irregularidades do percurso. Um sistema de suspensão eficaz terá a capacidade de controlar a aceleração (horizontal e vertical) para melhorar a qualidade do trajeto e minimizar o curso de suspensão a fim de evitar danos ao veículo (Riaz & Khan, 2015).

Característica marcante da suspensão ativa é a presença de um atuador em substituição ou em paralelo à mola e ao amortecedor. Com a movimentação do chassi sendo coletada através de sensores instalados em diversos pontos da suspensão, a ECU (“Eletronic Control Unit”) calcula, em tempo real, a força necessária que o atuador deve aplicar com o objetivo de isolar a carroceira. O sinal real da grandeza de saída do processo é comparado com o sinal da grandeza de referência (valor desejado), a unidade de controle determina o desvio e produz um sinal de controle que reduzirá o desvio a zero ou a um valor pequeno (Ogata, 1998). As informações que são colhidas



pelos sensores são processadas pelo algoritmo de controle que determina a magnitude da força a ser gerada no atuador.

Segundo Correia (2011) os sistemas ativos são bastantes eficazes em controlar os movimentos da carroceria, mas em geral não tem a mesma eficiência no isolamento da carroceria quando excitado a altas frequências, para esse cenário as suspensões passivas têm comportamento superior.

Crivellaro (2008) cita desvantagens do sistema de suspensão ativa que ainda necessitam ser solucionados:

- ✓ Custos elevados dos componentes hidráulicos e dos circuitos para trabalhar em alta pressão;
- ✓ Altos custo de produção;
- ✓ Sistema extremamente pesado, modificando a dinâmica do veículo e aumento no consumo de combustível;
- ✓ Elevado custo e frequente manutenção devido a elevada complexidade do sistema;
- ✓ Baixa confiabilidade, pois necessita do motor para estar em pleno funcionamento, a sua vulnerabilidade também é um fator negativo, com muitas peças e cabos que podem se danificar facilmente.

Muitos projetos que utilizam a suspensão ativa mantem em paralelo elementos passivos como amortecedores e molas, em detrimento principalmente da última desvantagem como forma de garantia de funcionamento da suspensão, porém essa técnica deteriora a capacidade do controle ativo e aumenta consideravelmente o custo do projeto.

#### **2.1.4. Sistema de Suspensão Semiativa**

A Suspensão semiativa se encaixa na janela entre as suspensões passivas e ativas, se difere dos sistemas de suspensões ativos por não aplicar força externa ao sistema por meio de um atuador, funciona aproximadamente como uma suspensão passiva, porem o coeficiente de amortecimento pode ser alternável de acordo as condições de operação. A suspensão semiativa tenta conciliar a melhoria de desempenho com simplicidade de projeto, caso haja falha no controle o sistema pode ser desligado e a suspensão comportasse na condição passiva, estes fatos bastante

atrativos justifica o uso da suspensão semiativa e a sua ampla aplicação na solução de problemas de vibração (Crivellaro, 2008).

Segundo Yao et al. (2002) em comparação com os sistemas de suspensão ativa e passiva, o sistema de suspensão semiativa combina as vantagens das suspensões ativa e passiva, proporciona um bom desempenho em comparação com as suspensões passivas, econômico, seguro e não requer nem atuadores de maior potência nem uma grande fonte de alimentação.

Na suspensão semiativa o elemento que assume o papel de atuador é o próprio amortecedor, há diversos tipos de controladores envolvidos no processo de controle, que podem ser em dois estados “On-Off”, de múltiplos estados e de variação contínua. Os controladores “On-Off” são empregados em sistemas de controle de malha aberta e funcionam como um sistema liga-desliga. Os amortecedores de múltiplos estágios e os de regulagem contínua são utilizados em sistemas de malha fechada (Picado, 1988). A mudança de amortecimento pode ser atribuída ao uso de válvulas eletromagnéticas e/ou a fluidos magneto-reológico (Crivellaro, 2008).

Segundo Picado (1988), nas suspensões semiativas, a ação de controle está tem o propósito de ajustar o fator de amortecimento. Denomina-se semiativo, o controle cuja ação é realizada sobre o amortecedor, que por sua vez, age sobre o sistema que está sendo controlado. O veículo sofre os efeitos do controle ativo do fator de amortecimento, portanto o controle dos movimentos do veículo resulta do controle da quantidade de energia dissipada nos amortecedores, o que constitui uma atuação indireta sobre o veículo. No controle semiativo só ocorre dissipação de energia, o atuador fornece somente força em sentido oposto ao deslocamento da massa suspensa, assim, não é possível, para um amortecedor semiativo produzir uma força de controle arbitrária.

## 2.2. CONTROLADORES

Devido aos avanços tecnológicos da área de computação, eletrônica embarcadas, sensores e controle, os automóveis têm evoluído rapidamente, tornando-se sistemas eletrônicos controláveis, fato que os torna cada vez mais eficientes (Ulsoy, 2012). Atualmente os veículos modernos possuem sistemas distribuídos hierarquicamente e sistemas de computação de bordo, que possibilitam

ao automóvel atuar de maneira cada vez mais inteligente e automatizada. Por conta disso, sistemas de controle vem sendo amplamente utilizados nesse ramo.

Na indústria automobilística, o uso de sistemas de controle vai desde a manufatura dos automóveis ao projeto, abrangendo diferentes sistemas automotivos, como suspensão, motor, direção e câmbio (Ogata, 1998).

Em sistemas controlados é indicado ao controlador qual resultado é esperado e este envia o sinal ao sistema com objetivo de obter o resultado esperado na saída do sistema, este tipo controle é classificado como controle de malha aberta. A desvantagem desse tipo de controle é que, por ser previamente programado, ele não avalia o sinal de saída para executar alguma correção eventualmente necessária do sistema, resultando em uma saída geralmente diferente da esperada. O controle de malha fechada é uma alternativa para corrigir o sinal de saída, no qual a saída é medida através de sensores e um sinal para o controlador é enviado indicando se deve ou não haver alteração, esse tipo de configuração minimiza os erros, é um sistema mais confiável (Guimarães, 2016).

### 2.2.1 Controle On-Off

O controle ON/OFF, também conhecido como controle bang bang, é um controlador de dois estados que bruscamente se modifica entre dois valores limites através da análise dos dados. Este dispositivo compara a entrada com o valor alvo, então se a saída exceder a entrada, o atuador muda para o ponto desligado (OFF), caso contrário, o atuador muda para o ponto ligado (ON). É um controlador de baixo custo bastante empregado em sistemas de controle de frenagem como o ABS (Moore, 2014).

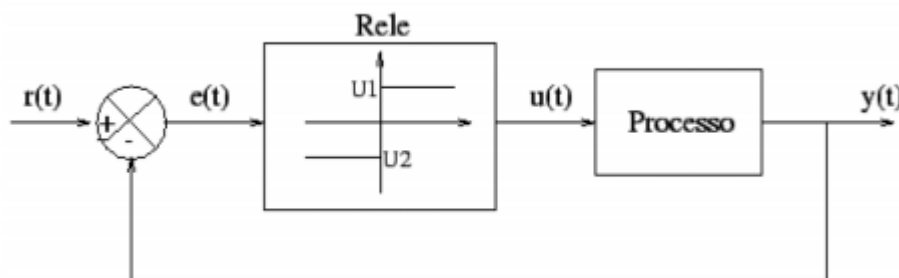


Figura 8. Diagrama de Blocos Controle On/Off. Fonte: Guimarães, 2016.

### 2.2.2 Controle ótimo linear clássico (LQR)

A estratégia de controle Linear Quadratic Regulator ou LQR é uma estratégia de controle ótima capaz de realizar operações de otimização para controlar um sistema mediante as restrições de uma dada função custo, responsável por impor as restrições do sistema. Trata-se de um método amplamente utilizado em problemas de controle, pois oferece uma maneira bem sistemática de cálculo da matriz de ganhos de feedback de cada estado, além de produzir um sistema estável ao final do processo (Sharp & Hassan, 1987). O LQR pode ser entendido como um regulador, estabilizando a variável controlada do sistema em um valor constante introduzido na entrada do sistema (Isermann et al, 1999). O problema do controle ótimo linear consiste em achar um vetor de controle que reduz a energia do sistema, minimizando o índice de performance quadrático.

É possível observar que controle modifica a matriz de estado  $A$  para a matriz  $A + BG$ , esta mudança corresponde ao fechamento da malha.

### 2.3 ESTADO DA ARTE

Os sistemas de suspensão automotiva vêm servindo de base para estudos analíticos e experimentais, sempre visando conforto e segurança, conceitos, porém conflitantes, em virtude disso geralmente é definido um nível intermediário entre esses conceitos para que a suspensão atenda aos requisitos de projeto da melhor forma possível, mas nem sempre é entregar níveis excelentes de conforto e segurança somente com elementos passivos, opções alternativas são apresentadas ao longo dos últimos anos como solução deste impasse. Estes estudos deixam claro que as suspensões ativas podem elevar bastante a performance da suspensão passivas otimizadas e os sistemas de suspensões semiativa podem ter um desempenho tão bom quanto as ativas (Gillespie, 1992). Neste contexto é apresentado aqui uma revisão de alguns trabalhos da área.

Sharp & Hassan (1998), introduziram um método para otimização de um sistema de suspensão passiva, parâmetros de desconforto, carregamento dos pneus e rigidez da mola forma definidos e comparados graficamente a cada tipo de pista, levando a ideia de uma suspensão semiativa que se comporta como uma passiva que se ajusta ao terreno.

Picado (1998) apresenta métodos de controle para suspensão ativa, passiva e semiativa a partir de um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo. O autor propõe o uso de algoritmo genético no controle semiativo com o objetivo de diminuir o número de sensores necessários, porém observa-se um elevado custo computacional, inviabilizando a aplicação do controle, apesar disso Picado observou também que o tempo de processamento do algoritmo era suficiente para se efetuar o controle, já que o mesmo estava na escala  $10^{-4}$  segundos.

Utilizando um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo Giliomee & Els (1998), propõem uma suspensão semiativa, com controle ON/OFF (liga e desliga) com mola e amortecedores pneumáticos, o sistema têm como objetivo, melhorar o conforto e a dirigibilidade do veículo *off-road*. A mola variava entre macia e rígida, e o amortecedor de alto para baixo por uma válvula solenoide. Por meio de teste em ensaios de bancada, conclui-se que viabilidade para a construção do sistema semiativo com a tecnologia da época e que o controla atendia os requisitos dos projetistas, proporcionando conforto e segurança.

Yi & Hedrick (1992) estudaram um modelo “Sky hook” para o controle de suspensão semiativa onde obtiveram resultados satisfatórios, o modelo priorizava a simplicidade da estratégia de controle.

Simon (1998) verificou o efeito da atuação de um sistema de suspensão semi-ativa Magneto-Rheológica (MR), através da estratégia de controle skyhook on-off, em um Scania Volvo VN, utilizando um modelo de suspensão simplificado de  $\frac{1}{4}$  de veículo. Na elaboração da pesquisa foi feito testes de campo e em laboratório. Amortecedores passivos comuns e semi-ativo MR foram comparados para duas condições distintas de testes. Os resultados dos testes indicaram que o amortecedor MR empregando controle shyhook produziu maiores picos de aceleração e deslocamentos, quando comparados aos amortecedores comuns. Porém, os valores eficazes de aceleração e deslocamento não mostraram o mesmo aumento. O amortecedor MR pode causar grandes picos de aceleração e deslocamento, mas atenua com maior agilidade a vibração. O amortecedor MR gera diminuição na banda de baixa frequência, esta diminuição, a qual que tem grande efeito sobre o conforto e estabilidade do veículo, mostrando que o amortecedor MR pode ter um efeito benéfico sobre a performance do veículo.

Yao et al (2002), apresentam um controle semiativo do sistema de suspensão do veículo com amortecedor magnetoreológico (MR) sobre um modelo de 1/4 de veículo que é dimensionado e otimizado. Os resultados da simulação mostram que com o controle semiativo atenua as vibrações do sistema de suspensão e é considerável confiável. A partir de análises experimentais foi demonstrado que o amortecedor MR tem uma gama de força de amortecimento variável muito ampla. A partir dos resultados da simulação para 1/4 de veículo com amortecedor MR, é demonstrado que com controle semiativo a resposta de aceleração da massa suspensa, curso de suspensão e deflexão do pneu são efetivamente controlados em torno da ressonância do corpo. A estratégia de controle semiativo é superior ao controle passivo e às estratégias de controle constante. É demonstrada a possível aplicação do amortecedor MR no controle de vibração semiativa do sistema de suspensão do veículo.

Bica (2002) realizou uma avaliação do comportamento de amortecedores Magneto-reológico (MR). Devido aos amortecedores MR serem atuadores robustos e de construção flexível, permitindo uma fácil manufatura e múltiplas funcionalidades, uso simples e modificação da resistência hidráulica através de ajustes mecânicos simples. Foi constatado que as forças geradas pelo amortecedor MR são proporcionais à velocidade, na presença e ausência de um campo magnético, que pode variar dentro de uma determinada faixa.

### 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

#### 3.1. EQUAÇÃO DE ESTADO

As equações de estados representam matematicamente sistemas físicos no domínio do tempo, veio para atender os requisitos de sistemas cada vez mais complexos com múltiplas saídas e entradas. Na teoria de controle moderno, a equação de estado pode ser aplicável a sistemas lineares e não-lineares, variantes e invariantes no tempo, pontos justificam a sua maior aplicação nos sistemas de controle atuais face a teoria de controle convencional no domínio da frequência (Ogata, 1998).

Os modelos dos sistemas de  $n$  grau de liberdade linearizados em torno do estado de operação, são regidos por equações governantes representadas abaixo:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (6)$$

Onde  $\mathbf{A}$  é dita matriz de estados,  $\mathbf{B}$  é a matriz de entrada,  $\mathbf{C}$  a matriz de saída e  $\mathbf{D}$  a matriz de transmissão direta.

#### 3.2. MODELO DE 1\4 DE VEÍCULO

O modelo clássico de um quarto de veículo, modelo base para implementação do controle, se baseia em um sistema massa-mola-amortecedor de dois graus de liberdade, capaz de representar o comportamento da suspensão e a resposta vertical da massa suspensa às excitações de um perfil de terreno. Neste modelo despreza-se os efeitos rolagem e carregamento ocasionado pela interação das demais rodas com a pista. O modelo considera o pneu como um elemento elástico, influenciando na resposta do sistema, a Figura (9) representa o sistema estudado:  $M_s$  representa a massa suspensa;  $M_u$  a massa não suspensa;  $k_s$  representa a rigidez da mola;  $c_s$  o coeficiente de amortecimento do amortecedor;  $k_u$  a rigidez do pneu;  $y$  a excitação de entrada e  $x_s$  e  $x_u$  são os deslocamentos das massas (Jazar, 2008).

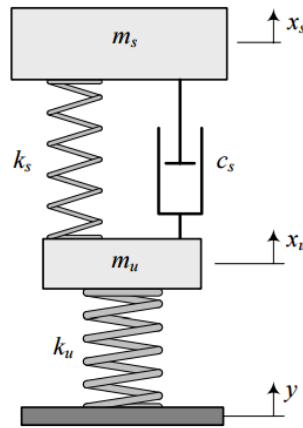


Figura 9. Suspensão passiva, modelo de ¼ de veículo. Fonte: Jazar, 2008

As equações que descrevem a suspensão são dadas pelas Eq. (7) e (8):

$$m_u \ddot{x}_u = k_s(x_s - x_u) + c_s(\dot{x}_s - \dot{x}_u) - k_u(x_u - y) \quad (7)$$

$$m_s \ddot{x}_s = -k_s(x_s - x_u) - c_s(\dot{x}_s - \dot{x}_u) \quad (8)$$

Expressando o modelo em análise no espaço de estados, são gerados três tipos de variáveis que estão presentes na modelagem de sistemas dinâmicos e podem ser aplicadas no modelo, variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado (Ogata, 1998). A relação dessas variáveis é representada pelas equações abaixo:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (9)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (10)$$

Onde  $\mathbf{A}$  é a matriz de estado,  $\mathbf{B}$  a matriz de entrada,  $\mathbf{C}$  a matriz de saída,  $\mathbf{D}$  a matriz de transmissão direta e  $\mathbf{u}$  a entrada do sistema. As matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  do modelo em questão podem ser dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{ks}{ms} & \frac{ks}{ms} & -\frac{cs}{ms} & \frac{cs}{ms} \\ \frac{ks}{mu} & -\frac{ku + ks}{mu} & \frac{cs}{mu} & -\frac{cs}{mu} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{kt}{mu} \end{bmatrix} \quad (11)$$



### 3.3. AMORTECEDOR DE DOIS ESTÁGIOS 'ON-OFF'

Segundo Picado (1998) amortecedores com dois estágios são extremamente simples caracterizando a sua maior vantagem. O amortecedor alterna os seus estágios entre o maior e o menor coeficiente de amortecimento de acordo com a velocidade aplicada na suspensão. Quando a velocidade atuante no amortecedor estiver na mesma direção da velocidade da massa  $m_s$  o estágio máximo é empregado. Todavia quando a situação oposta é verificada o estágio mínimo é empregado.

$$f(x) = \begin{cases} c_{max}, & \dot{x}_s(\dot{x}_s - \dot{x}_s) > 0 \\ c_{min}, & \dot{x}_s(\dot{x}_s - \dot{x}_s) \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

### 3.4. CONTROLE ÓTIMO LINEAR CLÁSSICO (LQR)

O Índice de performance  $J$  em função de  $\mathbf{z}(t)$  e  $\mathbf{u}(t)$ , é dado como se segue:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)]dt \quad (13)$$

Onde:  $Q$  e  $R$  são matrizes de ponderação, cujas magnitudes são definidas de acordo com a importância relativa dada às forças de controle no processo de minimização. O aumento dos valores de  $Q$  reduz as variáveis de estado, e a redução dos valores de  $R$  aumentam as forças de controle atuantes no sistema, a escolha dos elementos das duas matrizes é a função do projetista (Pereira, 2014). A minimização do problema leva ao sistema de equação diferencial de Ricatti:

$$\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + 2\mathbf{Q} = 0 \quad (14)$$

$$\mathbf{P}(t_f) = 0$$

Onde:  $\mathbf{P}(t)$  é a matriz de Ricatti. O vetor de controle  $\mathbf{u}(t)$  é linear em  $\mathbf{z}(t)$ . Nesse caso a lei linear ótima de controle é

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{z}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)\mathbf{z}(t) \quad (15)$$

Onde:  $\mathbf{G}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)$  é o ganho do controle. Nas aplicações em geral as análises numéricas mostram que a matriz de Ricatti,  $\mathbf{P}(t)$ , permanece, em geral, constante ao longo do intervalo de controle, convergindo rapidamente para zero na vizinhança de  $t_f$ . Possibilitando a aproximação de  $\mathbf{P}(t)$ , para uma matriz constante  $\mathbf{P}$ , e a equação de Ricatti se reduz a equação matricial:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (16)$$

O ganho de controle  $\mathbf{G}(t)$  é também constante, dado por

$$\mathbf{G} = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (15)$$

## 4. RESULTADOS PARCIAIS

### 4.1 SISTEMA SEMIATIVO ON/OFF

As simulações numéricas foram realizadas através do software MATLAB, onde foi analisado o comportamento do controlador ON/OFF no modelo simplificado de  $\frac{1}{4}$  de veículo. A constante elástica da mola  $k_s$ , coeficiente de amortecimento  $c_s$ , constante elástica do pneu  $k_u$ , as massas suspensas  $m_s$  e não-suspensa  $m_u$ , de acordo com as recomendações feitas por Gillespie (1992), seguem respectivamente na Tabela (1) abaixo:

Tabela 1 – Propriedades da suspensão  $\frac{1}{4}$  de veículo

Propriedades	Símbolo	Valor
Rigidez da Mola	$k_s$	9000 (N/m)
Coefficiente de amortecimento	$c_s$	1100 (Ns/m)
Rigidez do Pneu	$k_u$	2000000 (N/m)
Massa Suspensa	$m_s$	203 (Kg)
Massa Não-Suspensa	$m_u$	26 (Kg)

Os dados referentes a tabela acima serviram de base para a otimização feita por Sousa (2016) utilizando o algoritmo genético onde a minimização é obtida minimizando o deslocamento eficaz da massa não suspensa do veículo e a aceleração eficaz da massa suspensa através da variação dos parâmetros de rigidez e amortecimento do modelo. O algoritmo convergiu para dois valores diferentes de acordo com a excitação do terreno analisado. Para uma excitação ao degrau a solução ótima encontrada por foi: rigidez da mola  $k_s = 9500$  N/m e coeficiente de amortecimento  $c_s = 1500$  Ns/m. Para a excitação harmônica e impulso foi: rigidez da mola  $k_s = 13500$  N/m e coeficiente de amortecimento  $c_s = 800$  Ns/m.

No estado OFF (desligado) o modelo se comporta como uma suspensão passiva otimizada, as constantes de rigidez da mola e a constante de amortecimento são retiradas do trabalho de Sousa (2016) após a otimização via algoritmo genético. No Estado ON (ligado), os valores dos parâmetros  $k_s$  e  $c_s$  foram calculados por meio

do algoritmo de controle ótimo clássico LQR. A força de controle  $u(t)$  encontrada pelo algoritmo é diretamente proporcional ao vetor de estados  $z(t)$ , as constantes de proporcionalidade são definidas através da obtenção da matriz de ganho  $G$ , que é obtida através da solução da matriz de Riccati (Equação 15) (Guimarães, 2016). Porém como o objetivo desta fase do trabalho não é obter um controle ativo, a força de controle não é efetivamente calculada, a intenção é calcular as novas constantes de rigidez e de amortecimento através da matriz de ganho  $G$ . Os elementos da matriz de ganho, são multiplicados pelo vetor de estados,  $x_u$ ,  $x_s$ ,  $\dot{x}_u$  e  $\dot{x}_s$  respectivamente, somente os valores da matriz de ganho associados à  $x_s$  e  $\dot{x}_s$  são considerados, pois são os termos relacionados a  $k_s$  e  $c_s$  respectivamente.

A eficiência do algoritmo de controle ótimo está diretamente relacionada à escolha das matrizes de ponderação  $Q$  e  $R$ . Segundo Guimarães (2016), a grande flexibilidade de escolha das matrizes de ponderação se torna ao mesmo tempo uma vantagem e uma desvantagem do método, tendo o método possibilitando várias soluções ótimas para o modelo. As matrizes de ponderação neste estudo foram obtidas através de estudo paramétrico, para a obtenção das matrizes de ponderação mais adequadas, obtendo os seguintes resultados:

$$Q = 8 \cdot 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 1 \quad (16)$$

Preenchendo as matrizes  $A$  e  $B$  da (Equação 11) com o valores da Tabela (1), e utilizando a função  $lqr(A, B, Q, R)$  do MATLAB, o software retorna a correspondente matriz de ganho  $G$ :

$$G = [-4059,0 \quad 8058,0 \quad 1306,0 \quad 2828,4] \quad (17)$$

Os valores ótimos são obtidos somando  $G[2]$  e  $G[4]$  aos valores passivos  $K_s$  e  $c_s$  da Tabela (1). Obtendo novos valores para rigidez e amortecimento: rigidez da mola  $K_s = 17058 \text{ N/m}$  e  $c_s = 3928,4 \text{ Ns/m}$ .

A Figura (10) mostra a resposta ao degrau, com uma amplitude de 50 mm, do deslocamento da massa suspensa do modelo ótimo para excitação degrau com o modelo otimizado via LQR. É possível notar um melhor comportamento do modelo dinâmico otimizado pelo algoritmo clássico linear comparado ao algoritmo proposto por Souza (2016) que se aproxima do comportamento da suspensão passiva.

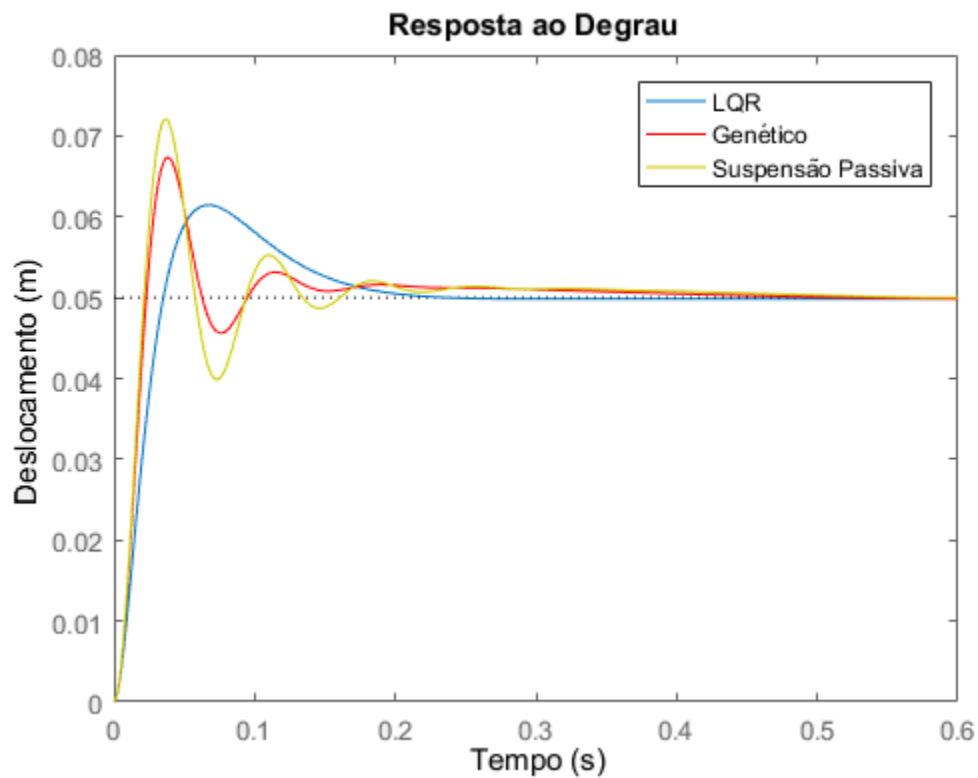


Figura 10. Resposta a excitação degrau no domínio do tempo da massa suspensa.

Porém quando o modelo otimizado pelo algoritmo linear clássico é excitado ao impulso, o modelo apresenta uma amplitude de resposta maior do que quando comparado ao modelo otimizado por algoritmo genético, o que é ilustrado na Figura (11). A função impulso utilizada é descrita como  $y = 0,025(1 - \cos(8\pi t))$ , a mesma utilizada por Sousa (2016) para validação do seu modelo.

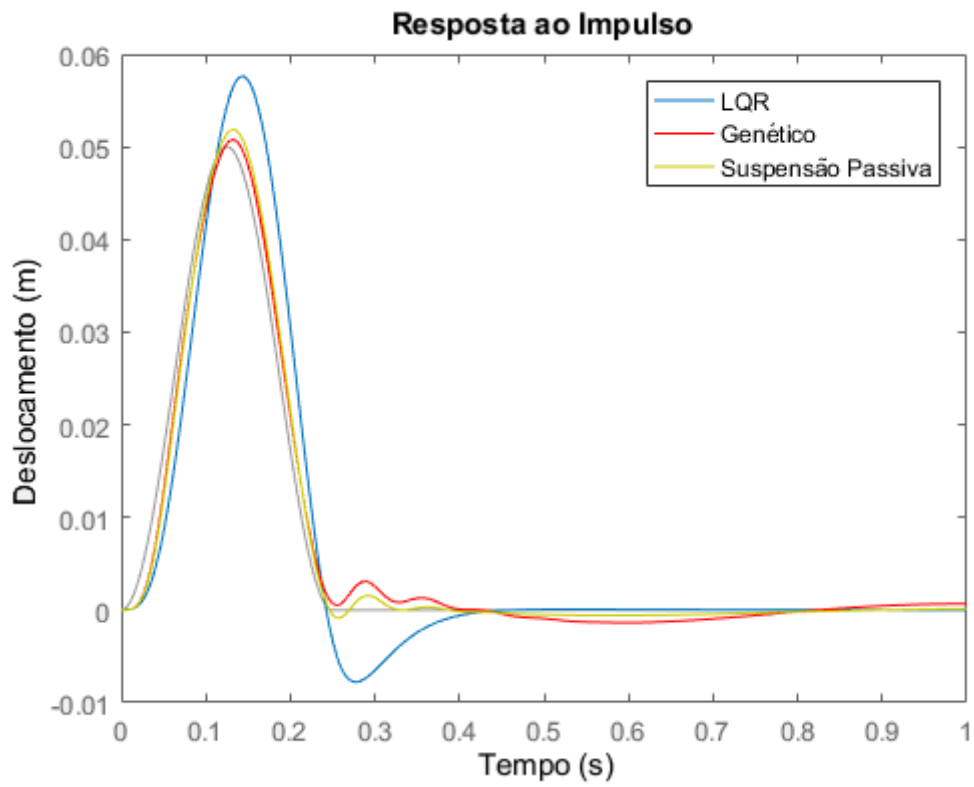


Figura 11. Resposta a excitação impulso no domínio do tempo da massa suspensa.

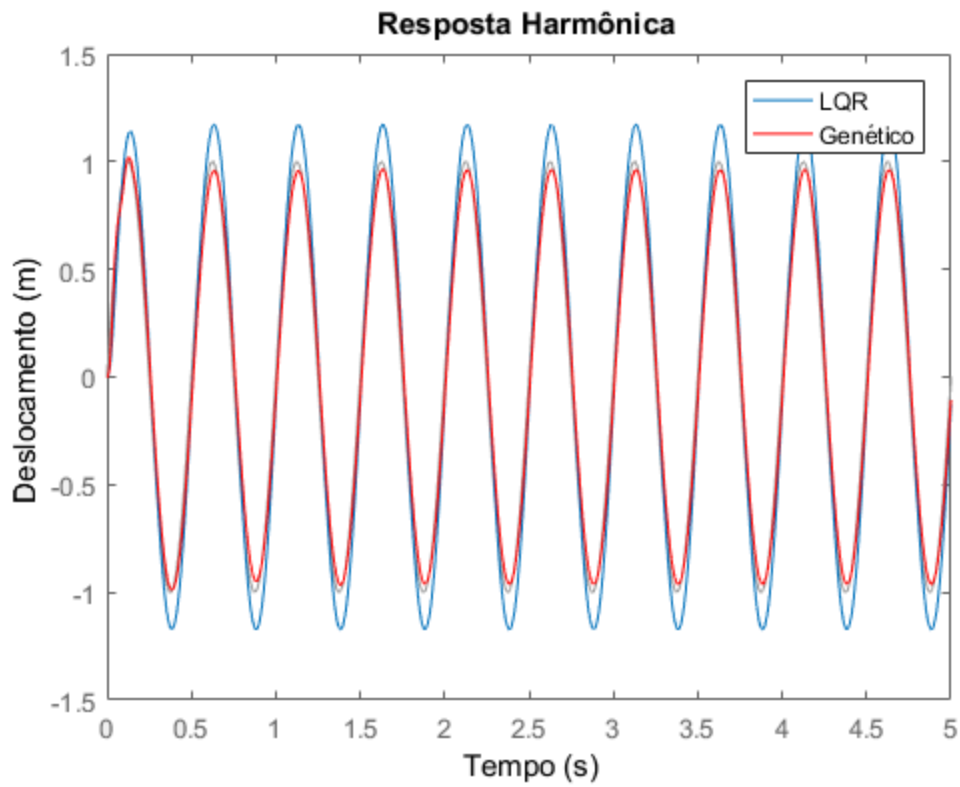


Figura 12. Resposta a excitação harmônica no domínio do tempo da massa suspensa.

A otimização proposta utilizando o LQR também não é satisfatória à excitação harmônica, apresenta uma amplitude de aproximadamente 15% maior do que a apresentada pelo modelo otimizado via algoritmo genético, a excitação utilizada é a mesma utilizada em Souza (2016) para validação do seu modelo. O que pode ser visto na Figura (12).

Ao obter as respostas ao ruído branco dos dois modelos propostos por Souza e o modelo otimizado via LQR, é possível observar que o último tem uma amplitude de resposta menor, considerando o ruído branco um perfil de terreno hipotético, neste caso, a otimização do modelo por algoritmo clássico linear torna a suspensão, com estes respectivos coeficientes de rigidez e amortecimento, mais confortável. Os valores eficazes das respostas dos três modelos confirmam o que é ilustrado na Figura (13), os seguintes valores foram coletados: Valor eficaz para resposta do modelo otimizado via LQR 0,0136m; Valor eficaz para resposta do modelo otimizado para excitação ao degrau via algoritmo genético 0,0144m; Valor eficaz para resposta do modelo otimizado para excitação harmônica via algoritmo genético 0,0154m.

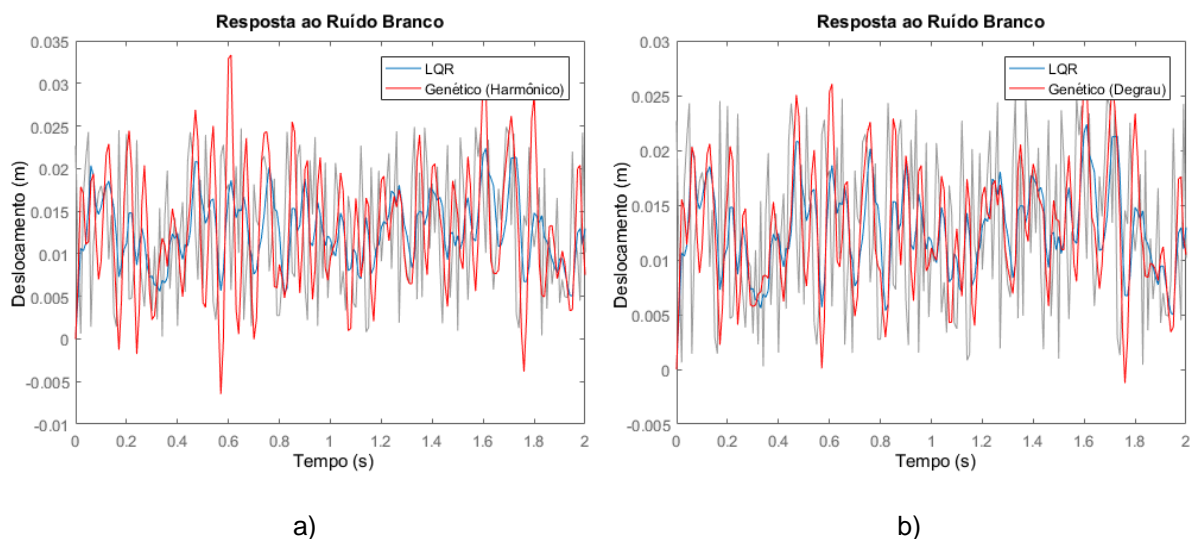


Figura 13. a) Resposta ao ruído branco do modelo proposto por Souza para excitações harmônicas (vermelho) e modelo otimizado via LQR (azul)  
b) Resposta ao ruído branco do modelo proposto por Souza para excitações ao degrau (vermelho) e modelo otimizado via LQR (azul)

Como o intuito do trabalho é desenvolver uma suspensão semiativa que una nos modos ON e OFF características de dois modelos e apresente uma eficiência melhor que os modelos até então analisado separadamente, na Figura (14) é feita a análise no domínio da frequência com o modelo otimizado pelo algoritmo genético

para excitações harmônicas e com o modelo otimizado via LQR no intuito de definir o critério da alternância dos modos de funcionamento, na imagem é possível verificar a magnitude em dB dos modelos de acordo com a frequência.

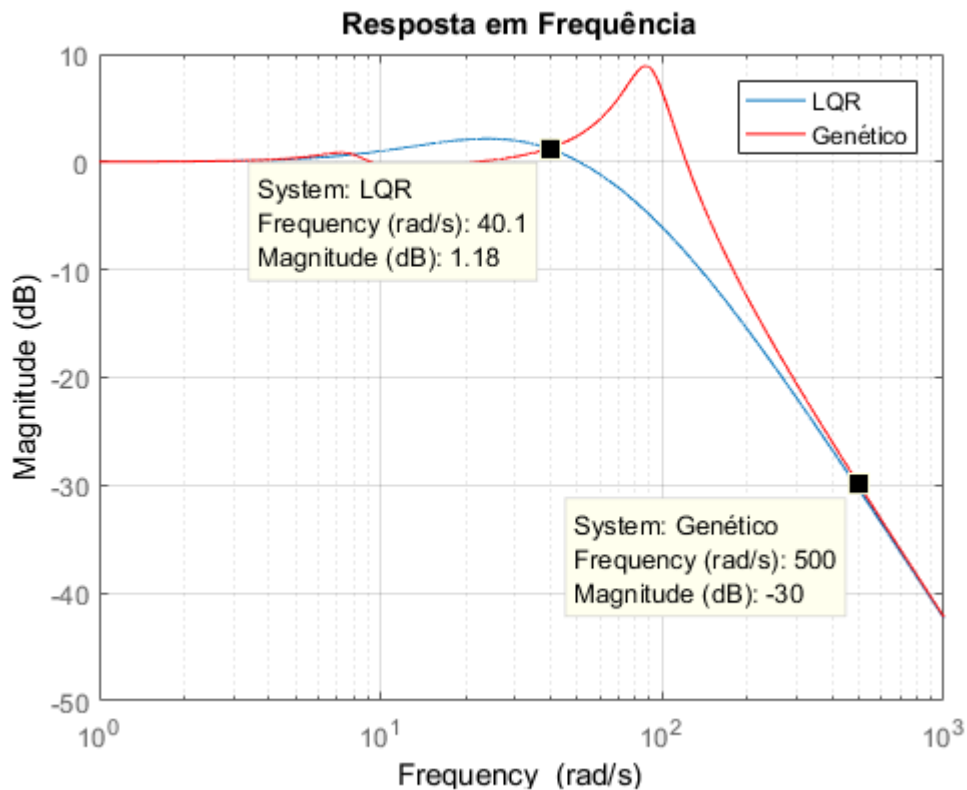


Figura 14. Resposta em frequência do sistema semiativo.

Na Figura (14) é possível verificar os intervalos de 0 a 40 rad/s onde o modelo otimizado por algoritmo genético (vermelho) tem uma amplitude mais baixa, a partir de 40 rad/s o modelo otimizado via LQR (azul) se torna mais efetivo, com sua amplitude menor. Com os intervalos definidos, o modelo semiativo em modo OFF, ficará atuante enquanto a excitação estiver entre 0 e 40 rad/s, acima de deste intervalo o modo ON entrará em funcionamento.

Nas Figuras (15) e (16) são mostrados a evolução no tempo do deslocamento da massa suspensa para os casos ON, OFF a 20 e 90 rad/s de frequência, respectivamente. Na Figura (15) é possível verificar, de acordo com o que se esperava a partir da Figura (14), que o modo OFF é mais efetivo a baixas frequências. Já na Figura (15) o que vemos é o oposto, a altas frequências o modo ON é mais efetivo, com a amplitude do deslocamento da massa suspensa bem mais baixa neste caso.



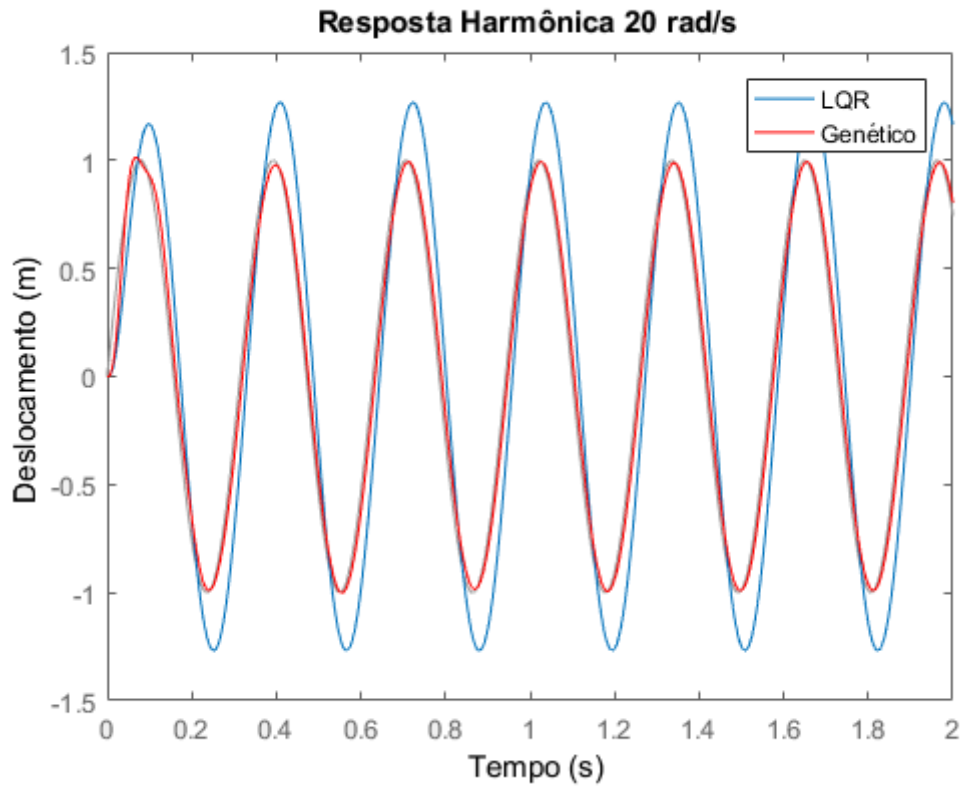


Figura 15. Resposta a excitação harmônica no domínio do tempo da massa suspensa,  $\omega = 20$  rad/s.

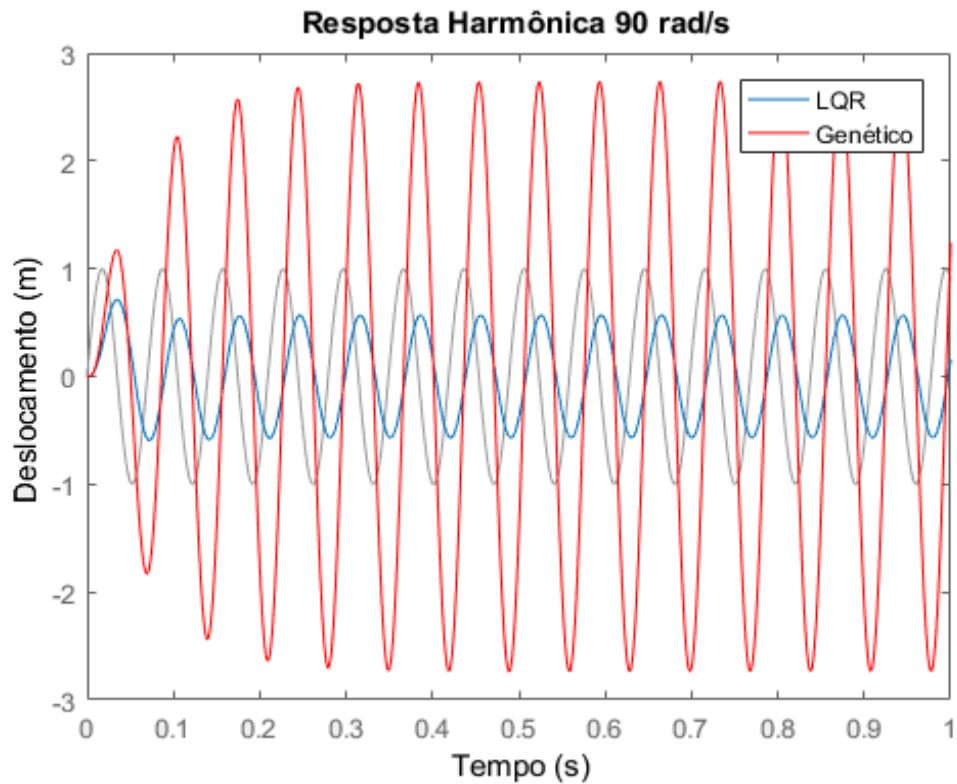


Figura 16. Resposta a excitação harmônica no domínio do tempo da massa suspensa,  $\omega = 90$  rad/s.

Para avaliar o desempenho do controle semiativo ON/OFF, uma força harmônica com duração de 10 segundos foi utilizada para servir de excitação do modelo. A força segue uma função senoidal simples do tipo  $\sin(\omega t)$ , onde a cada 2 segundos  $\omega$  muda de valor segundo a equação abaixo.

$$y = \begin{cases} \sin 100t, & 0 \leq t < 2 \\ \sin 30t, & 2 \leq t < 4 \\ \sin 60t, & 4 \leq t < 6 \\ \sin 20t, & 6 \leq t < 8 \\ \sin 80t, & 8 \leq t \leq 10 \end{cases} \quad (18)$$

O critério de decisão do controlador semiativo para ligar (ON) ou desligar (OFF), é calculado a partir da variação de tempo entre dois picos máximos de amplitude do deslocamento e, com isso, calcula-se a frequência de oscilação da resposta. Como a resposta de um sistema forçado possui a mesma frequência do forçamento, então assume-se que a frequência da resposta é mesma da frequência de entrada, assim caso a frequência da resposta for menor que 40 rad/s, o modo OFF é utilizado, caso contrário o modo ON entra em ação. A simulação é feita comparando os dados a resposta do modelo ON e OFF sem a alternância dos modos, conforme é ilustrado na Figura (17).

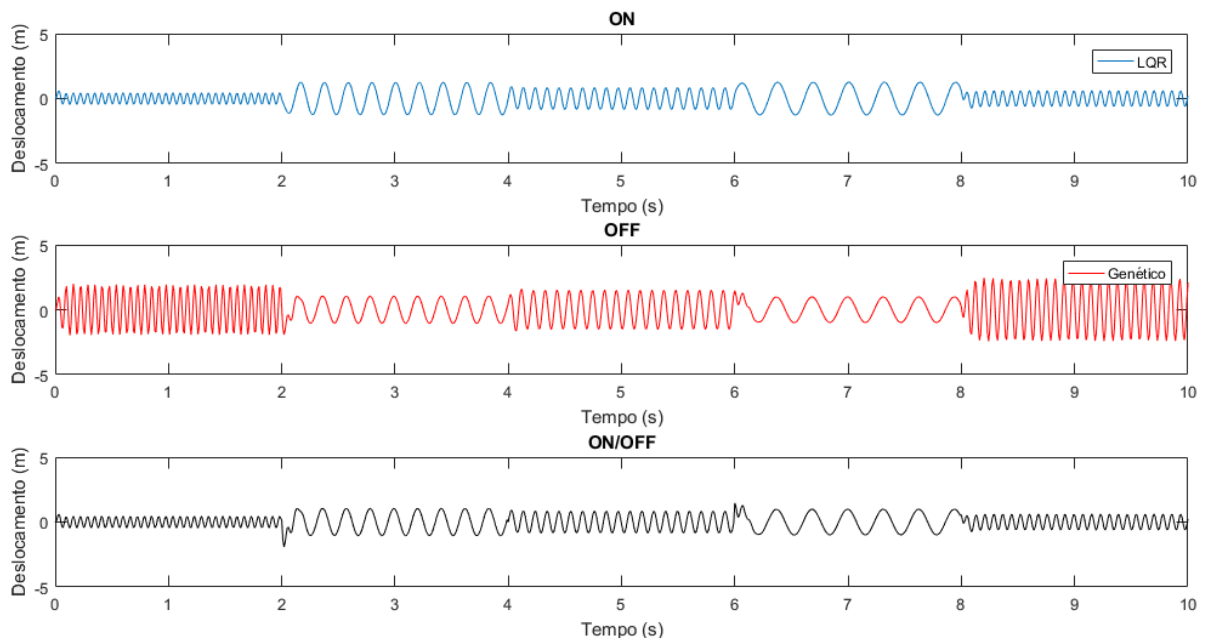


Figura 17. Resposta no tempo do deslocamento dos modos ON (azul), OFF (vermelho) e semiativo ON/OFF (preto) sob carregamento harmônico com a frequência variando.

A resposta do modelo semiativo aproxima-se das curvas de melhor eficiência dos dois modelos base ao longo de toda a simulação, sua amplitude de vibração manteve-se reduzida ao longo de todo o intervalo analisado, fato que comprova a eficiência do modelo nesse perfil de pista hipotético. O valor eficaz para o modo ON é igual a 0,6681m, para o modo OFF o valor eficaz é igual a 1.1745m, no semiativo ON/OFF o valor eficaz é igual a 0,5897m.

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um sistema semiativo utilizando a estratégia de controle ON/OFF, baseado em um modelo simplificado 1/4 de veículo, foram apresentados dois modelos de suspensão, (OFF) cujo seus parâmetros foram calculados através do algoritmo genético e (ON) calculados através da teoria de controle ótimo clássico. Para o algoritmo ótimo clássico foi necessário realizar um estudo paramétrico das matrizes de ponderação, no intuito de melhorar a resposta do modelo. De acordo com o estudo, em modo OFF, modelo otimizado via algoritmo genérico, se apresentou com melhor performance quando excitada a uma função impulso ou harmônica a baixa frequência, inferior a 40 rad/s, já no modo ON, modelo otimizado via LQR, apresenta uma performance superior quando excitado a forças harmônicas com frequências superiores a 40 rad/s.

O controlado ON/OFF por sua vez, apresentou boa performance em reduzir a amplitude de vibração de entrada, conciliando os dois modelos base para o perfil hipotético idealizado. Este modelo deve ser mais aprofundado e servir de base para estudos futuros a fim de ser base para uma plataforma de simulações experimentais.

## BIBLIOGRAFIA

- Jazar, R. N., 2008, "Vehicle Dynamics: Theory and Application", 1ª Ed. Springer. Vol. 1, 1015 p.
- Gillespie, T. D., 1992, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA.
- Savaresi, S. M., 2010, "Semi-Active Suspension Control Design for Vehicles", 1ª Ed. Elsevier. 206 p.
- Mendonça, D., & PINCIGHER, E., 1998, "Nova enciclopédia do automóvel". São Paulo: Ed. Três, 194p.
- Merling, M., 2007, "Uma abordagem gerencial para o procedimento de projeto de suspensões de veículos terrestres", Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
- Ferreira, H. T. 2003. "Determinação das frequências naturais e modos de vibrar de um veículo de dois eixos através de um programa computacional em Matlab-Simulink", Dissertação de Mestrado - Universidade de São Paulo
- Stone, R., & Ball, J. K., 2004. "Automotive engineering fundamentals" (Vol. 199). SAE Technical Paper.
- Gordo, N., & Ferreira, J., 2000 Elementos de Máquinas-Telecurso. Fundação Roberto Marinho. *Senai-Fiesp, Editora Globo, Volumes I e II.*
- Norton, R. L. 2013. "Projeto de máquinas", 4ª Ed. Bookman Editora, 1028p.
- Rao, S. "Vibrações Mecânicas", Quarta edição, Pearson, 2008.
- Rocha, F. M. C. 2012. "A influência da pressão do ar nos pneus das viaturas nas empresas de transportes". Tese de Doutorado.
- Crivellaro, C., 2008. "Controle robusto de suspensão semiativa para caminhonetes utilizando amortecedores magneto-reológicos." *v1 and v2, 439p., PhD thesis– Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, USP. São Paulo.*
- Ting, C. S., Li, T. H. S., & Kung, F. C., 1995. "Design of fuzzy controller for active suspension system". *Mechatronics, 5(4), 365-383.*

- Riaz, S., & Khan, L., 2015. "NeuroFuzzy Adaptive Control for Full-Car Nonlinear Active Suspension with Onboard Antilock Braking System". *Arabian Journal for Science and Engineering*, v. 40, n. 12, p. 3483-3505.
- Ogata, K., 1998, "Engenharia de Controle Moderno", Ed. LTC, 3ª ed, Rio de Janeiro, Brasil, 96 p.
- Corrêa, J. L., 2011. Comportamento dinâmico de um veículo implementado com suspensões ativas.
- Yao, G. Z., Yap, F. F., Chen, G., Li, W., & Yeo, S. H., 2002. "MR damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system". *Mechatronics*, 12(7), 963-973.
- Picado, R.M. 1998. "Controle Semiativo em Suspensões Automotivas". Campinas, 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Comissão de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Campinas.
- Ulsoy, A. Galip, Huei Peng, and Melih Çakmakci., 2012. "Automotive control systems. Cambridge University" Press.
- Guimarães, P. V. B., 2016. "Controle semiativo de modelo de pêndulo invertido para aerogeradores offshore". Dissertação De Mestrado. Universidade De Brasília.
- Moore H. F. Análise de desempenho de um controlador Bang-Bang em um sistema de freio ABS. 2014. Projeto de Graduação, Universidade de Brasília, Brasília.
- Sharp, R. S.; Hassan, S. A., 1987. "On the performance capabilities of active automobile suspension systems of limited bandwidth. *Vehicle System Dynamics*", v. 16, n. 4, p. 213-225.
- Isermann, R.; Schaffnit, J.; Sinsel, S., 1999. "Hardware-in-the-Loop simulation for the design and testing of engine-control systems". *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 7, n. 5, p. 643–653.
- Pereira, L. V., 2014. "Análise dinâmica e otimização do controle de vibrações pelo algoritmo do regulador quadrático linear em um modelo veicular completo sob a ação de perfis de pista". Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Thompson, A. G., 1971. "Design of Active Suspensions". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, v. 185, n. 36, 563p.

- Yi, M. W. K. & Hedrick, J. K., 1992. "Semi-active suspension to reduce pavement damage: Theoretical design and implementation. Third Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions.
- Sharp, R. S. & Hassan, S. A., 1986. "The fundamentals of passive automotive suspension system design". Proceedings of the Society of Environmental Engineers Conference Dynamics in Automotive Engineering, 115p.
- Cardoso, F., Martins i., Heymann G. 2016. "Mecânica de precisão". Revista Super interessante. Ed Abril. Disponível em: <<http://super.abril.com.br/tecnologia/mecanica-de-precisao/>>. Acessado em 06 de junho de 2017.
- Souza D. F., 2016. Otimização Dos Parâmetros De Uma Suspensão Veicular. Projeto de Graduação, Universidade de Brasília, Brasília.
- Avila S.M. & Gonçalves P.B., 2010. Procedimento para determinação das matrizes de ponderação do algoritmo de controle ótimo para um amortecedor de massa híbrido (AMH). Mecânica Computacional XXIX.
- Giliomee C. L. & Els P. S., 1998. "Semi-active Hydropneumatic Spring and Damper System". Journal of Terramechanics, v35, Pergamon.
- Simon D. E., 1998. "Experimental Evaluation of Semiactive Magnetorheological Primary Suspensions for Heavy Truck Applications", Master's Dissertation in Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 148 p.
- Bica, I., 2002. "Damper with Magneto-rheological Suspension", Journal of Magnetic Materials, Vol. 241, p. 196-200.