



**Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Curso de Engenharia Energia**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO RESFRIAMENTO POR
TRANSPIRAÇÃO DE UM SÓLIDO POROSO**

**Autor: Matheus Alvarenga Neves
Orientador: Fabio Alfaia da Cunha**

**Brasília, DF
2015**



MATHEUS ALVARENGA NEVES

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO DE UM
SÓLIDO POROSO**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Alfaia da Cunha

**Brasília, DF
2015**

CIP – Catalogação Internacional da Publicação*

Neves, Matheus Alvarenga.

Simulação Numérica do Resfriamento por Transpiração
de um Sólido Poroso / Matheus Alvarenga Neves.

Brasília: UnB, 2015. 103 p. 40: il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília
Faculdade do Gama, Brasília, 2015. Orientação: Fabio Alfaia da
Cunha.

1. Simulação Numérica. 2. Transferência de Calor. 3.
Transpiração I. da Cunha, Fabio Alfaia. II. Título.

CDU Classificação

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO DE UM SÓLIDO POROSO

Matheus Alvarenga Neves

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em (29/06/15) apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

Prof. Dr. Fabio Alfaia da Cunha, UnB/ FGA
Orientador

Prof. Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior, UnB/ FGA
Membro Convidado

Prof. Dr. Augusto César de Mendonça Brasil, UnB/ FGA
Membro Convidado

Brasília, DF
2015

Esse trabalho é dedicado a todas as pessoas que acreditam e lutam por um futuro melhor para o nosso país.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a minha família que sempre me apoiou incondicionalmente, mas principalmente a minha mãe, Ana Maria Alvarenga Mamede Neves, que se não fosse por ela eu não estaria aqui hoje, sempre tirando minhas dúvidas e ajudando da melhor forma possível.

A minha namorada, Laura Marques, que foi bastante paciente comigo, me ajudou muito nesses anos de graduação, sempre me aconselhando e me acalmando nos momentos mais difíceis.

Aos meus amigos da FGA, que de alguma forma contribuíram para a minha formação, mas principalmente aos meus grandes amigos Nicholas Gustavo e Gabriel Cossi, pelas várias noites viradas estudando para provas ou fazendo trabalhos.

E ao meu professor orientador, Dr. Fábio Alfaia da Cunha, pela paciência, disponibilidade e empenho em ajudar na orientação do trabalho e que o próximo trabalho seja mais prazeroso e construtivo que o presente.

“Não confunda derrotas com fracasso, nem vitórias com sucesso. Na vida de um campeão sempre haverá algumas derrotas, assim como na vida de um perdedor sempre haverá vitórias. A diferença é que, enquanto os campeões crescem nas derrotas, os perdedores se acomodam nas vitórias.”
Roberto Shinyashiki

RESUMO

Existem vários métodos para o resfriamento de uma pá de uma turbina, mas o resfriamento por transpiração é um dos mais promissores métodos de resfriamento. Se cálculo da taxa de resfriamento da turbina incluir apenas o sólido, excluindo a camada limite do domínio de cálculo, as condições de contorno devem levar em conta os efeitos de camada limite térmica e fluidodinâmica. Tais efeitos geralmente são aproximados através de coeficientes globais de troca de calor. Estes coeficientes são razoavelmente precisos, porém, se o sólido transpira o coeficiente global de troca de calor deve ser corrigido. Existem fatores de correção para os coeficientes globais, derivados a partir problemas de estado estacionário de transferência de calor. São fatores fracionários, calculados em função do fluxo de massa de escape do sólido. Neste trabalho duas aproximações de cálculo do resfriamento por transpiração serão apresentadas. Na aproximação mais sofisticada, será considerado o escoamento entorno do sólido poroso, ou seja, as equações de Navier-Stokes e conservação da energia são resolvidas para o fluido na vizinhança e no interior do sólido. Na modelagem mais simples, a transferência de calor entre o sólido e o meio gasoso adjacente será realizada com base em coeficiente de transferência de calor global. Comparações entre as simulações evidenciarão os benefícios de cada tipo de simulação.

Palavras-chave: Simulação Numérica, Transferência de Calor, Transpiração.

ABSTRACT

There are several methods for cooling a turbine blade, but the transpiration cooling is one of the most promising cooling methods. If the cooling rate of the turbine include only the solid, excluding the boundary layer, the boundary conditions must have the effects of the thermal boundary layer and hydrodynamics boundary layer. These effects are generally approximated by the global heat transfer coefficient. These coefficients are pretty decent however, if the solid suffers transpiration, the global heat transfer coefficient must be revised. There are correction factors for the global coefficients derived from steady state heat transfer. It is fractional factors, calculated on the mass flow of the exhaust solid. In this work, two transpiration cooling approaches will be presented. In the first approach, more sophisticated, it will be considered the surrounding flow of porous solid, so the Navier-Stokes equations and energy conservation will be solved for the fluid near the particle and inside the solid. In the second approach, the heat transfer between the solid and surrounding gas is performed based on the global heat transfer coefficient. Comparing the simulations will evidence the benefits of each type of simulation.

Keywords: Numerical Simulation. Heat Transfer. Transpiration

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Métodos utilizados para resfriar superfícies	12
Figura 2: Demonstração do resfriamento por transpiração	17
Figura 3: Volume de controle poligonal e método das medianas no baricentro para a malha utilizada.	21
Figura 4: Aproximação de uma pá utilizado no Exemplo 4.4.....	24
Figura 5: Malha grossa.....	25
Figura 6: Malha fina.....	25
Figura 7: Rótulo dos nós nos contornos.	26
Figura 8: Gráfico do coeficiente de transferência de calor (h) em função do fluxo de massa (m)	27
Figura 9: Temperaturas nos contornos disponibilizados pela literatura.....	29
Figura 10: Gráfico das temperaturas nos contornos gerados pelo Matlab.	30
Figura 11: Campo de temperaturas fornecido pela literatura.	30
Figura 12: Campo de temperaturas gerado no Matlab.	31
Figura 13: Campo de temperaturas gerado pelo Matlab a partir de uma malha fina.	32
Figura 14: Temperaturas nos contornos no caso teste com transpiração.	33
Figura 15: Campo de Temperaturas com coeficientes de convecção corrigidos utilizando a malha grossa.....	34
Figura 16: Campo de Temperaturas com coeficientes de convecção corrigidos utilizando a malha grossa.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Condições de contorno para o caso teste	24
Tabela 2: Condições de contorno para o caso teste com resfriamento por transpiração.....	28
Tabela 3: Valores de fluxo de calor por unidade de comprimento simulados.	33
Tabela 4: Fluxo de calor por unidade de comprimento baseado nos coeficientes de transferência de calor por convecção corrigidos.	35

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2 OBJETIVO GERAL	14
2.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS PARA O TCC1	14
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS PARA O TCC2	14
3 REFERENCIAL TEÓRICO	15
3.1. MODELAGEM 1 – BASEADA EM COEFICIENTE GLOBAIS DE TROCA DE CALOR	15
3.1.1. LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON	15
3.1.2. CALCULO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	15
3.1.3. RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO	17
3.2. MODELAGEM 2 – BASEADA EM EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	18
3.2.1. EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA E QUANTIDADE DE MOVIMENTO	18
3.2.2. EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA	19
4 METODOLOGIA NUMÉRICA	20
4.1. MÉTODO DOS VOLUMES DE CONTROLE BASEADO EM ELEMENTOS	20
4.1.1. FUNÇÃO DE INTERPOLAÇÃO	21
4.1.2. INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO UTILIZANDO O CVFEM	22
4.2. CASO TESTE	23
4.2.1. CONDIÇÕES INICIAIS E INFORMAÇÕES REQUERIDAS	24
4.2.2. PROCESSAMENTO	24
4.2.2.1. MALHAS UTILIZADAS	25
4.2.2.2. CONDIÇÕES DE CONTORNO	26
4.3. CASO TESTE DE RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO	26
4.3.1. CORREÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	26
4.3.2. CONDIÇÕES INICIAIS PARA O CASO TESTE COM RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO	28
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	29
5.1. CASO TESTE	29
5.1.1. TEMPERATURA NOS CONTORNOS	29
5.1.2. CAMPO DE TEMPERATURAS	30
5.1.3. TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR UNIDADE DE COMPRIMENTO	32
5.2. CASO TESTE COM RESFRIAMENTO POR TRASPIRAÇÃO	33
5.2.1. TEMPERATURA NOS CONTORNOS	33
5.2.2. CAMPO DE TEMPERATURAS	34
5.2.3. TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR UNIDADE DE COMPRIMENTO	35
6. CONCLUSÕES	37
6.1. TRABALHOS FUTUROS	37
7. BIBLIOGRAFIA	38

1. INTRODUÇÃO

O fenômeno de transferência de calor é algo muito comum no mundo físico e também está presente nas indústrias, tanto em produtos, quanto nos serviços. (KREITH et al. 1999) Sempre que houver uma diferença de temperatura e/ou algum corpo que emita luz, a transferência de calor vai estar presente.

Na indústria aeronáutica, a transferência de calor tem suma importância, pois o avião está lidando com uma grande variação de temperatura. Dentro da turbina de um avião ou de um foguete, a temperatura pode chegar até 2000° C. Por ser uma temperatura muito elevada, poucos materiais conhecidos conseguem manter suas propriedades a essa temperatura, portanto se faz necessário o estudo de sistemas de resfriamento ou de novos materiais.

Segundo LANDIS (1995), “para aumentar o impulso, a câmara de combustão precisa operar em altas temperaturas e pressões e com isso é preciso manter o sistema de arrefecimento do material da câmara de combustão em um limite aceitável de temperatura”.

Os estudos sobre sistemas aeroespaciais sempre procuram obter um maior impulso, maior tempo de funcionamento, serem mais confiáveis e reutilizáveis. DAHMEN, GOTZEN e MÜLLER (2013), utilizaram materiais inovadores para melhorar o resfriamento de câmaras de foguetes, melhorando a convecção entre o ar e material da câmara de combustão.

Segundo STEINGRIMSSON et al. (2010), “Existem vários métodos para o resfriamento de uma pá de uma turbina, mas o resfriamento por transpiração é um dos mais promissores métodos de resfriamento”. Alguns dos métodos que podem ser utilizados para resfriar superfícies que estão em contato com gases quentes são demonstrados na Figura 1.

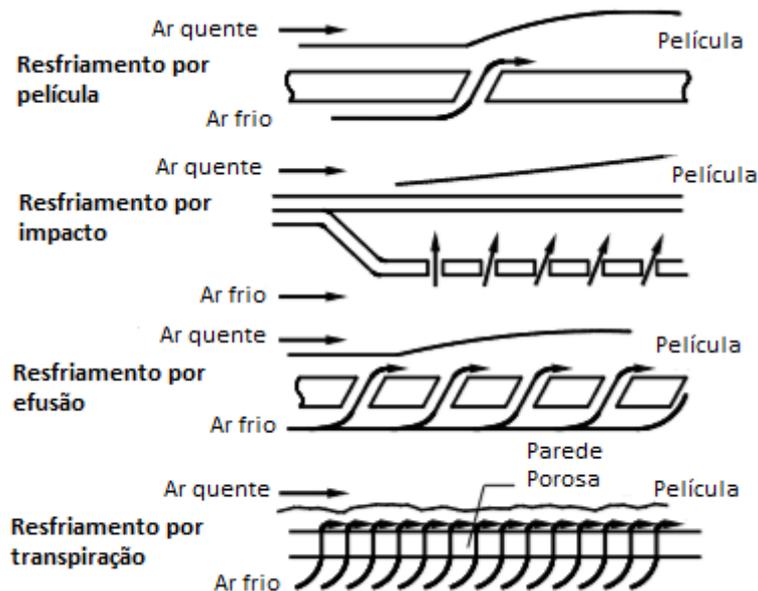


Figura 1: Métodos utilizados para resfriar superfícies

Segundo ÇENGEL (2009), “calor é a energia em trânsito de um corpo para outro devido à diferença de temperatura entre eles”. Portanto podemos definir que transferência de calor é a transmissão de calor entre dois sistemas, sendo um mais quente que o outro, pois sem a diferença de temperatura não há transferência de calor.

A transferência de calor pode ocorrer de três formas distintas: condução, convecção e radiação. A condução é a transferência de calor por contato direto dos corpos com diferentes temperaturas. A convecção é a forma de transferência de calor que se dá pelo movimento de partículas de fluido entrando em contato com uma superfície. E a radiação é a transmissão de energia térmica através do espaço vazio, todo corpo com a temperatura acima do zero absoluto irradia energia, não é necessário nenhum meio para a radiação ocorrer, pois é transferida através de ondas eletromagnéticas.

Convecção é forma mais comum de transferência de calor para líquidos e gases e também um método muito distinto na transferência de calor, pois envolve os processos de difusão e convecção (ÇENGEL, 2009). É muito utilizada em usinas termoelétricas e nucleares. Nas usinas termoelétricas, o carvão aquece a água e o seu vapor roda uma turbina que gera energia e nas usinas nucleares são as reações que aquecem a água.

Muitas correlações empíricas estão disponíveis na literatura para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção (h), associadas a diferentes formas geométricas.

O sistema de resfriamento por transpiração é constituído de uma estrutura porosa que permite a passagem de um fluxo de ar alcançando a superfície quente. De acordo com HUANG et al. (2014) “o resfriamento por transpiração é método promissor para reduzir o calor nas pás de uma turbina, porque se forma uma película ar mais fria entorno da superfície, aumentando a camada limite, portanto, reduzindo o gradiente de temperatura na pá”.

De acordo com BIRD (2002), “o coeficiente de transferência de calor pode ser corrigido sabendo algumas propriedades do fluido que está em contato com a partícula. Quanto maior a superfície porosa, maior é interferência da transpiração no resfriamento ou aquecimento da partícula”.

Sabendo de sua importância para as pás de turbinas, este trabalho aborda o de estudo do resfriamento por transpiração.

2 OBJETIVO GERAL

Simular numericamente o resfriamento por transpiração de sólido poroso.

2.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS PARA O TCC1

- Descrever a transferência de calor por convecção;
- Explicar como funciona o método de resfriamento por transpiração;
- Apresentar um método correção do coeficiente de transferência de calor por convecção (h);
- Descrever o método de volumes de controle baseado em elementos para a difusão;
- Simular o resfriamento de um sólido considerando a transferência de calor para o meio gasoso, de forma simplificada, através de condições de contorno, e discutir os resultados.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS PARA O TCC2

- Simular numericamente o resfriamento por transpiração. Cálculo baseado na solução das equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia. Para um escoamento laminar;
- Comparar resultados das simulações do TCC1 e do TCC2. Discutir os prós e contras das abordagens utilizadas, com base nos resultados;
- Fundamentar uma conclusão final.

3 REFERENCIALTEÓRICO

Serão utilizadas duas abordagens para o cálculo do resfriamento por transpiração. No primeiro tipo de abordagem, não é necessário à simulação do meio fluido entorno do sólido, pois o cálculo de transferência de calor é posto em função das condições de contorno, baseadas nos coeficientes de troca de calor por convecção. No segundo tipo de modelagem serão consideradas equações de conservação da energia e da quantidade de movimento para o meio sólido poroso e para o meio totalmente fluido envolvente. As equações associadas a cada tipo de modelagem são apresentadas a seguir.

3.1. MODELAGEM 1 – BASEADA EM COEFICIENTE GLOBAIS DE TROCA DE CALOR

3.1.1. LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON

Apesar de a convecção ser algo muito complexo, dependendo de várias variáveis, a equação associada ao cálculo da transferência de calor por convecção é simples. Segundo ÇENGEL (2012), “a taxa de transferência de calor por convecção é proporcional à diferença de temperatura e a área de contato aonde ocorre a convecção, e é convenientemente expressa pela a Lei de resfriamento de Newton

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (1)$$

Onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, A_s é a área de contato aonde a convecção ocorre, T_s é a temperatura na superfície e T_∞ é a temperatura do fluido que está suficientemente longe da superfície”.

Deve-se notar que toda complexidade da transferência de calor por convecção foi embutida h

3.1.2. CALCULO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

O coeficiente de transferência de calor por convecção (h) não é uma propriedade do fluido. De acordo com ÇENGEL(2009), “este, geralmente, é definido experimentalmente dependendo da geometria da superfície, da natureza do escoamento, além das suas propriedades.”

Quando há um fluido escoando sobre uma superfície, sua velocidade não é linear, ou seja, mantém a mesma velocidade durante todo escoamento quanto mais próximo da superfície, menor a velocidade e quando está em contato com a mesma, a velocidade é nula. (WHITE, 2011) Portanto, quando um fluido entra em contato direto com o sólido e “adere” a ele devido aos efeitos viscosos, isso é chamado de condição de não deslizamento (ÇENGEL, 2009).

A condição de não deslizamento é responsável pelo o desenvolvimento do perfil de velocidades, pois a camada mais próxima da superfície atrasa a camada que está acima dela por causa das forças viscosas entre as camadas do fluido, criando o perfil de velocidades. De acordo com ÇENGEL (2009) “essa região aonde esses efeitos são significativos é chamada de camada limite hidrodinâmica e a região sobre a superfície em que a variação de temperatura na direção normal à superfície é significativa denomina-se camada limite térmica.”

No estudo da convecção é muito comum a adimensionalizar os números, afim de diminuir variáveis, tornando mais prático e rápido o objeto em estudo. Por ser depende de muitas variáveis, o coeficiente de transferência de calor por convecção (h) também é adimensionalizado pelo o número de Nusselt que é definido como (ÇENGEL, 2009):

$$Nu = \frac{h L_c}{k} \quad (2)$$

Onde k é a condutividade térmica do fluido e L_c é o comprimento característico. O número de Nusselt depende de outros números adimensionais também que são os número de Prandtl e Reynolds. O número de Prandtl é definido pelo ÇENGEL (2009) “como a razão entre a difusidade molecular de quantidade de movimento e a difusidade molecular térmica”.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (3)$$

E o número de Reynolds é número muito importante, pois define se as partículas do escoamento se movem de forma ordenada ao longo de uma trajetória ou se o se movem de forma desordenada ou aleatória. Quando seu movimento é bem definido, o escoamento é chamado de laminar, mas se o movimento das

partículas não segue uma trajetória definidas denomina-se escoamento turbulento (WHITE, 2011).

$$Re = \frac{u L_c}{\nu} = \frac{\rho u L_c}{\mu} \quad (4)$$

3.1.3 RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO

O resfriamento por transpiração é o mais eficiente método de proteção para superfícies sólidas expostas a um alto fluxo de calor e altas temperaturas (JIANG et al, 2004). As superfícies devem ser resfriadas para durar por mais tempo, aumentar o seu ciclo de vida e para serem mais confiáveis. Caso contrário, acarretara em uma possível perda de potência ou estrutural e conseqüentemente diminuindo a eficiência.

Nas turbinas a gás, um dos mais importantes problemas é o aumento da eficiência através da temperatura na saída da câmara de combustão, entretanto, a máxima temperatura é limitada pelo material da pá (JIANG et al, 2004).

Para diminuir o efeito da temperatura, as pás das turbinas são porosas, permitindo a passagem de ar por elas. Quando o ar frio atinge a superfície, entrando em contato com o ar quente da combustão, ele faz com quem a camada de limite térmica do material aumente, criando uma película protetora sobre a superfície da pá, conforme é mostrado na figura 2 (HUANG et al, 2014).

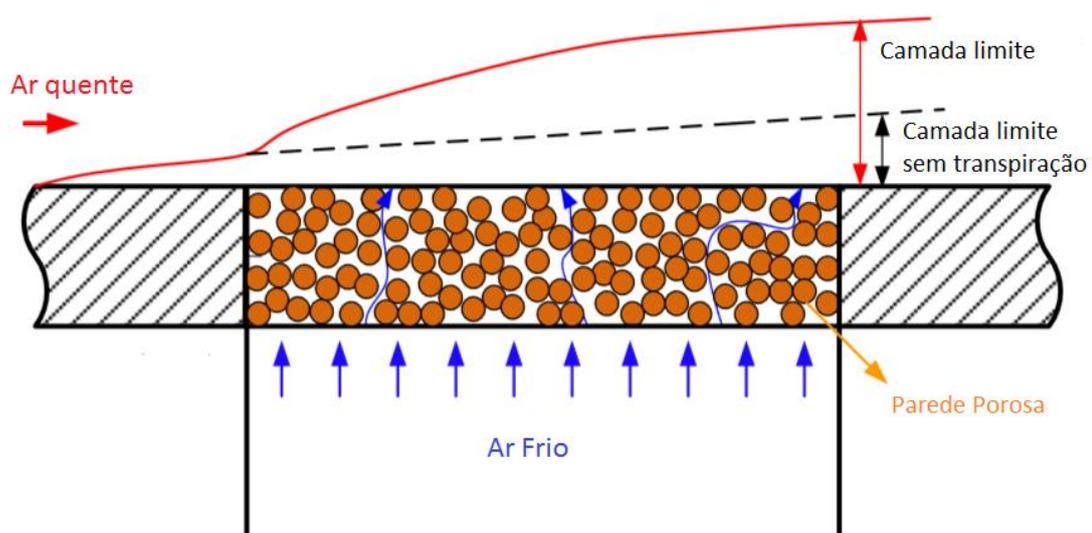


Figura 2: Demonstração do resfriamento por transpiração

Ao aumentar a camada limite térmica, há uma diminuição na transferência de calor do ar quente para a pá, portanto como não houve alterações na área de contato do ar com o fluido e nem na variação de temperatura, isso demonstra que alteração deve ser no coeficiente de transferência de calor por convecção h . Portanto, o efeito da transpiração é a diminuição do fluxo de calor do ar quente para a superfície da pá (CERRI et al, 2007) e o aumento da transferência de calor entre o material poroso e ar frio.

Segundo BIRD (2002), um novo coeficiente de transferência de calor por convecção (h) pode ser corrigido pelo coeficiente de transferência de calor por convecção inicial (h_{c0}) pela seguinte equação:

$$\frac{h}{h_{c0}} = \frac{\frac{\rho_g u_g c_p}{h_{c0}}}{\exp\left(\frac{\rho_g u_g c_p}{h_{c0}}\right) - 1} \quad (5)$$

Onde u_g é a velocidade do gás que está passando entre os poros, ou seja, através do meio sólido poroso. E ρ_g e c_g são a massa específica e o calor específico do gás de resfriamento, respectivamente.

3.2. MODELAGEM 2 – BASEADA EM EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

3.2.1. EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Considerando um meio como poroso, rígido, homogêneo e isotrópico, saturado com a fase fluida, onde os efeitos viscosos e inerciais são contabilizados, as equações que governam o escoamento são derivadas através de média formal a partir das equações de Navier-Stokes, e o seu fechamento é realizado de modo empírico. As equações de Brinkman-Forchheimer são dadas por BIRD (2002):

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{u}) + \frac{1}{\varepsilon^2} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + (\nabla p)_p \quad (6)$$

$$(\nabla p)_p = -\frac{\mu}{K} \mathbf{u} - C \frac{\rho}{\sqrt{K}} \frac{|\mathbf{u}| \mathbf{u}}{\varepsilon^{3/2}} \quad (7)$$

Se a porosidade, ε , e o tamanho médio da partícula, d_p , são conhecidos, a seguinte relação para permeabilidade pode ser utilizada:

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{150(1-\varepsilon)^2} \quad (8)$$

A velocidade de Darcy \mathbf{u} e a velocidade intrínseca \mathbf{u}_s estão ligadas através da relação de Dupuit-Forchheimer $\mathbf{u}_s = \alpha \mathbf{u}$.

As equações (6) e (7) podem ser utilizadas para descrever o escoamento no meio poroso e no meio aberto, puramente gasoso que envolve o sólido poroso. No meio poroso a porosidade deve ser ajustada entre 0 e 1. No meio aberto à porosidade deve assumir valor unitário.

3.2.2. EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

A equação de conservação da energia para um meio poroso considerando o equilíbrio térmico entre as fases é dada abaixo (VISKANTA, 2005):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho c_p T_g) + \nabla \cdot (\rho_g c_{p,g} u T_g) = +\nabla \cdot (k \nabla T_g) + S_{T,g} \quad (9)$$

Onde $\rho c_p = (1 - \varepsilon) \rho_{s,i} c_{p,s} + \varepsilon \rho_g c_{p,g}$ e $k = (1 - \varepsilon) k_s + \varepsilon k_g + k_{rad}$. Os termos $c_{p,g}$ e k_g são o calor específico e a condutividade térmica do material gasoso, além disso, $c_{p,s}$ e k_s são o calor específico e a condutividade térmica do material sólido. E $\rho_{s,i}$ é a massa intrínseca do material sólido.

4 METODOLOGIA NUMÉRICA

A equação (6) modela a difusão de calor 2D permanente sem geração de energia.

$$\nabla \cdot (k\nabla T) = 0 \quad (10)$$

Solução da equação (6) para problemas com geometrias complexas e condições de contorno gerais pode ser analiticamente impraticável. Isto porque os métodos de resolução analítica se baseiam na solução geral da equação diferencial. Estes métodos geram solução para qualquer ponto do domínio. Por outro lado os métodos numéricos se baseiam na substituição da equação diferencial por um conjunto de equações algébricas, este processo é referenciado de discretização. De modo geral, no processo de discretização, o domínio contínuo é dividido em subdomínios e a equação diferencial que rege o problema é integrada sobre cada um deles. Para integração das equações a variação das incógnitas deve ser aproximada, comumente por funções de interpolação. Por fim, um conjunto de equações algébricas é derivada. A solução simultânea destas equações conduz a uma solução aproximada do campo de temperatura.

A discretização da equação (6) pode ser obtido de diversas maneiras, tais como o método das diferenças finitas, método dos elementos finitos ou métodos dos volumes finitos. Neste trabalho optou-se por utilizar o método dos volumes de controle baseado em elementos.

4.1. MÉTODO DOS VOLUMES DE CONTROLE BASEADO EM ELEMENTOS

Para a resolução do problema primeiramente é necessária à criação de uma malha que é essencialmente uma representação discreta do domínio geométrico no qual o problema é resolvido. Nesta malha é preciso fazer a discretização espacial dos pontos. O CVFEM utilizado neste trabalho emprega malhas não-estruturadas, construídas com base em elementos triangulares de três nós, geralmente gerados por triangulação de Delaunay. A malha de volumes de controle é obtida a partir da malha de elementos através do método das medianas, que consiste basicamente na definição de subvolumes de controles, internos aos elementos, através da ligação de pontos localizados no baricentro dos elementos aos pontos médios das faces dos elementos (figura 3). O volume de controle poligonal é então formado pela união de

vários subvolumes de controle que compartilham um mesmo nó. É neste nó central que as variáveis dependentes são armazenadas (figura 3). Pelo modo como os volumes são formados, isto é, centrados nos nós, os pontos nodais podem ser considerados entes geométricos representativos dos volumes finitos. Um aspecto desejável do método das medianas é que os elementos triangulares são divididos em três subtriângulos de áreas idênticas.

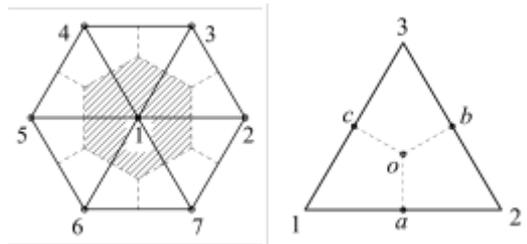


Figura 3: Volume de controle poligonal e método das medianas no baricentro para a malha utilizada.

4.1.1. FUNÇÃO DE INTERPOLAÇÃO

No CVFEM os procedimentos de interpolação são realizados, tradicionalmente, sobre a malha de elementos finitos. As funções de interpolação geralmente são expressas em termos de um sistema de coordenadas local (x,y) . Uma maneira de se obter os valores de ϕ no elemento é através de interpolação linear. Esta função é geralmente utilizada na aproximação dos termos difusivos, por representar de maneira adequada a natureza elíptica de tal termo e apresentar uma aproximação de segunda ordem dos valores nodais de ϕ (Ferziger & Peric, 2002). A função de Interpolação Linear, LI, pode ser escrita como:

$$\phi = AX + BY + C \quad (11)$$

Parâmetros geométricos e os valores de ϕ nos três pontos nodais do elemento são utilizados para determinação das constantes da equação da seguinte forma:

$$A^L = [Y_{23}\phi_1 + Y_{31}\phi_2 + Y_{12}\phi_3] / D^L \quad (12)$$

$$B^L = [X_{32}\phi_1 + X_{13}\phi_2 + X_{21}\phi_3] / D^L \quad (13)$$

$$C^L = [(X_2Y_3 - X_3Y_2)\phi_1 + (X_3Y_1 - X_1Y_3)\phi_2 + (X_1Y_2 - X_2Y_1)\phi_3] / D^L \quad (14)$$

$$D^L = X_2Y_3 - X_3Y_2 + X_3Y_1 - X_1Y_3 + X_1Y_2 - X_2Y_1 \quad (15)$$

Onde: $Y_{ij} = Y_i - Y_j$ e $X_{ij} = X_i - X_j$

As derivadas de ϕ são dadas por: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = A^L$ e $\frac{\partial \phi}{\partial y} = B^L$

4.1.2. INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO UTILIZANDO O CVFEM

A integração da equação de difusão é apresentada abaixo. Além disso, é utilizado o teorema da divergência de Guass para transformação da integral de volume para superfície:

$$\int_{\partial V} \nabla \cdot (k \nabla T) dV = \oint_{\partial A} k \nabla T \cdot n dA \quad (16)$$

O vetor normal a superfície de controle dado como: $nA = y_{oa}i - x_{oa}j$.

No CVFEM todos os cálculos serão baseados nos elementos finitos e as integrais sobre os elementos serão representadas por matrizes locais. A integração sobre domínio inteiro é representada por uma matriz global que é obtida somando-se as contribuições de cada elemento, ou seja, de cada matriz local. Este procedimento facilita a obtenção da matriz global e não afeta o princípio de conservação, pois quando a contribuição de todos os elementos for contabilizada a contribuição de todos os volumes de controle também terá sido feita.

$$\oint_{\partial A} k \nabla T \cdot n dA = \int_a^o k \nabla T \cdot n dA + \int_o^c k \nabla T \cdot n dA + \left(\begin{array}{l} \text{contribuição de outros elementos} \\ \text{associados ao no } i \\ \text{+ condições de contorno, se aplicável} \end{array} \right) \quad (17)$$

Realizando o produto escalar de $\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x}i + \frac{\partial T}{\partial y}j$ com $nA = y_{oa}i - x_{oa}j$:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot n dA \cong k \frac{\partial T}{\partial x} y_{oa} - k \frac{\partial T}{\partial y} x_{oa} \quad (18)$$

E sabendo que as derivadas são calculadas como: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = A^L$ e $\frac{\partial \phi}{\partial y} = B^L$, pode-se escrever:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot n dA \cong k A^L y_{oa} - k B^L x_{oa} \quad (19)$$

Substituindo os valores de A^L e B^L , dados nas equações (12) e (13) respectivamente, na equação (19), encontra-se:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot ndA \cong \frac{k}{D^L} (y_{ao} y_{32} - x_{ao} x_{23}) T_1 + \frac{k}{D^L} (y_{ao} y_{13} - x_{ao} x_{31}) T_2 + \frac{k}{D^L} (y_{ao} y_{21} - x_{ao} x_{12}) T_3 \quad (20)$$

Realizando procedimento de integração similar para o fluxo total através da superfície $o-c$ resulta em:

$$\int_o^c k \nabla T \cdot ndA \cong \frac{k}{D^L} (y_{co} y_{32} - x_{co} x_{23}) T_1 + \frac{k}{D^L} (y_{co} y_{13} - x_{co} x_{31}) T_2 + \frac{k}{D^L} (y_{co} y_{21} - x_{co} x_{12}) T_3 \quad (21)$$

Somando as equações (20) e (21) e reagrupando os termos, finalmente pode-se expressar o fluxo combinado de convecção difusão em função dos valores nodais, considerando o volume centrado em 1:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot ndA + \int_o^c k \nabla T \cdot ndA \cong D_{11} T_1 + D_{12} T_2 + D_{13} T_3 \quad (22)$$

Considerando o volume centrado em 2:

$$\int_b^o k \nabla T \cdot ndA + \int_o^a k \nabla T \cdot ndA \cong D_{21} T_1 + D_{22} T_2 + D_{23} T_3 \quad (23)$$

E considerando o volume centrado em 3:

$$\int_c^o k \nabla T \cdot ndA + \int_o^b k \nabla T \cdot ndA \cong D_{31} T_1 + D_{32} T_2 + D_{33} T_3 \quad (24)$$

Como base nos D_{ij} pose-se montar a matriz dos coeficientes globais "A". Assim um sistema de equações é derivado na forma: $A T=B$, onde A é a matriz dos coeficientes e B o vetor dos termos independentes. A solução do sistema algébrico é facilmente obtida no Matlab e fornece as temperaturas nas posições dos nós da malha, T.

4.2. CASO TESTE

A pá da turbina que será utilizada para o calculo do coeficiente de transferência de calor por convecção será a do exemplo 4.4 do ÇENGEL (2009) que consiste em uma pá, com condutividade térmica $k = 25 \text{ W/(m K)}$ e possui uma espessura de 6 mm. Cada canal possui uma seção transversal retangular de 2 mm x 6 mm e há um espaçamento de 4 mm entre canais adjacentes, que pode ser observada na figura 4.

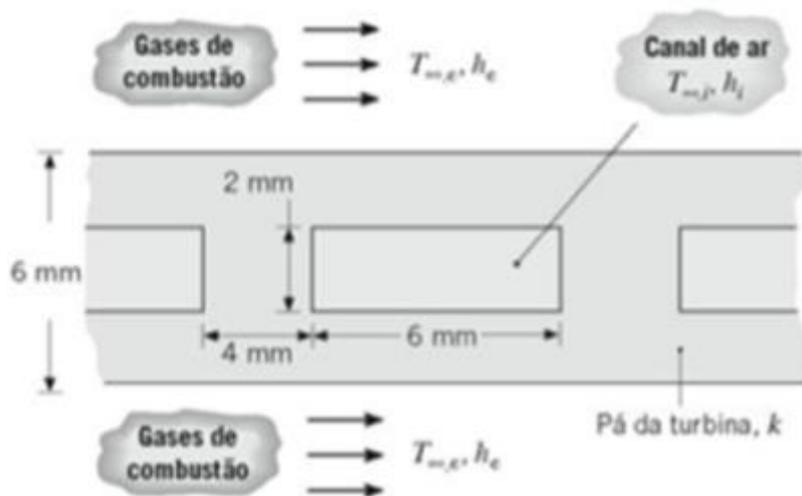


Figura 4: Aproximação de uma pá utilizado no Exemplo 4.4.

4.2.1. CONDIÇÕES INICIAIS E INFORMAÇÕES REQUERIDAS

O exercício nos informa as condições de contorno para a resolução do problema. São informados a temperatura do ar externo e interno, e o coeficiente de transferência de calor por convecção externo e interno.

Tabela 1: Condições de contorno para o caso teste

	Externo (e)	Interno (i)
Temperatura (T)	1700 K	400 K
Coeficiente de transferência de calor por convecção (h)	1000 W/(m ² K)	200 W/(m ² K)

Dada às informações, é pedido para determinar o campo de temperaturas na pá da turbina e taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do canal.

4.2.2 PROCESSAMENTO

O código utilizado foi retirado da disciplina de Transferência de Calor e Massa, ministrado pelo professor Dr. Fabio Alfaia da Cunha e adaptado para o exemplo 4.4.

O método utilizado no exemplo 4.4 é o método chamado de diferença finita, que se baseia na aproximação de derivadas por diferenças finitas (ÇENGEL, 2009). Neste trabalho, vamos resolver pelo o método de volumes de controle baseado em elementos descrito acima.

4.2.2.1. MALHAS UTILIZADAS

Para a resolução do exemplo, deve-se gerar uma malha de elementos com base na geometria do problema. Devido a simetria do problema, somente parte do domínio pode ser considerada.

A princípio, a malha utilizada para o cálculo é uma malha grossa, com poucos triângulos. Ela pode ser observada na figura 5. A utilização de uma malha mais fina, apresentada na figura 6, deve render resultados mais precisos e melhores.

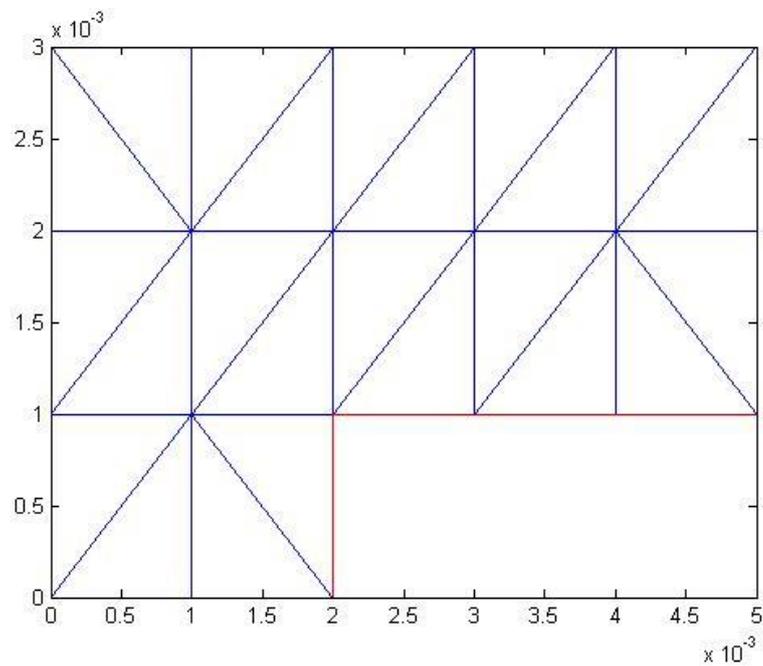


Figura 5: Malha grossa

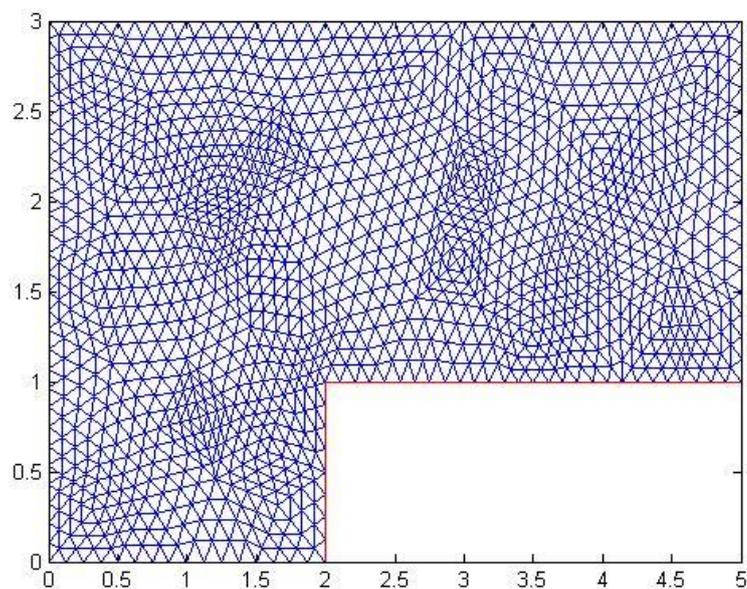


Figura 6: Malha fina

4.2.2.2. CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para definir as condições de contorno, é necessária rotular alguns nós no contorno. Os pontos que estão em contato com os gases de combustão são chamados de 1; os nós associados aos contornos de simetria estão rotulados de 2, 5 e 6. Os nós em contato com o ar do canal 3 e 4. A figura 7 mostra os rótulos dos contornos.

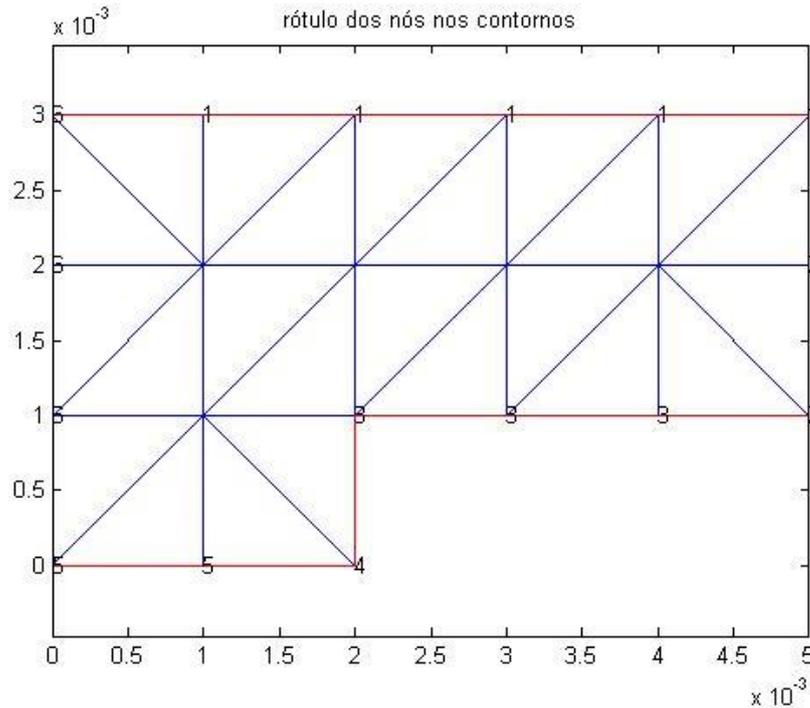


Figura 7: Rótulo dos nós nos contornos.

4.3. CASO TESTE DE RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO

Para este caso pode-se usar o mesmo exemplo 4.4 e suas condições de contorno e malhas, porém os coeficientes globais devem mudar para incorporar o efeito da transpiração. Supõe que a pá da turbina agora é porosa e permite a passagem de um fluxo de ar frio em direção ao fluxo de ar quente, com a função de diminuir a transferência de calor do ar quente para a pá.

4.3.1. CORREÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

Com a passagem de ar frio pelos os poros, o coeficiente de transferência de calor por convecção (h) tem de ser corrigido pela equação 1. Portanto, pode-se

plotar um gráfico (figura 8) mostrando o comportamento do coeficiente de transferência de calor por convecção (h) em função do fluxo de mássico que atravessa os poros do material.

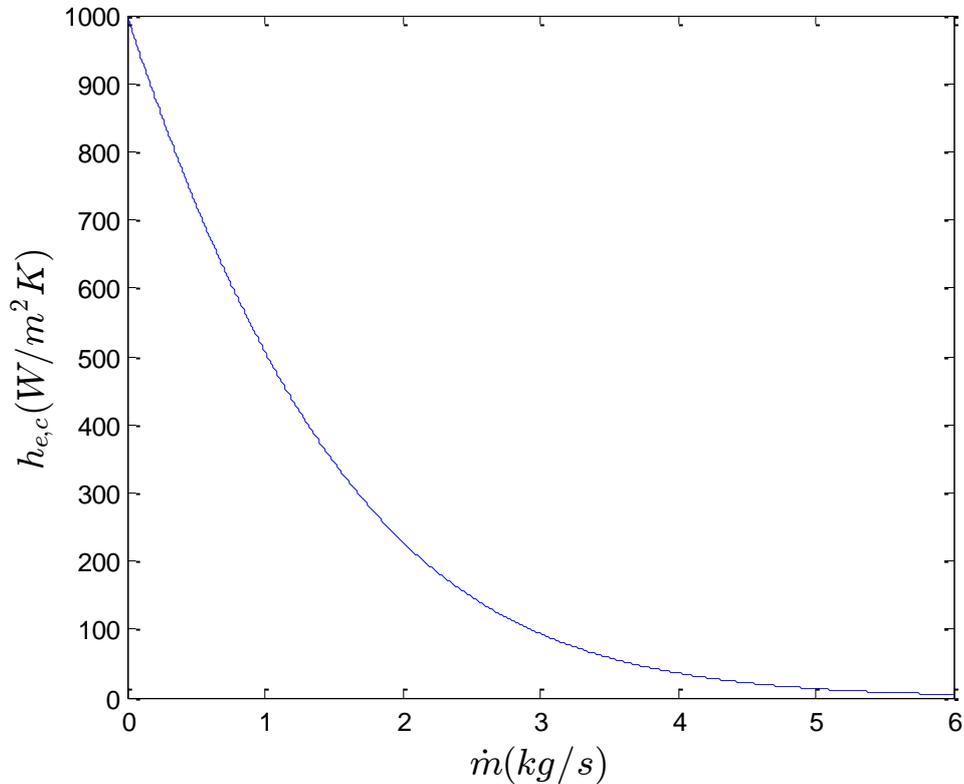


Figura 8: Gráfico do coeficiente de transferência de calor (h) em função do fluxo de massa (\dot{m})

Para o fluxo nulo não existe qualquer correção. Se for assumido que a pá porosa da turbina permite a passagem de 1 kg/s, para um calor específico do ar (c_p) de 1,232 kJ/kg K, o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção é de aproximadamente 500 $W/m^2 K$, ou seja, uma redução de 50% no valor do coeficiente externo (h_e). Assim, na medida em que o fluxo de massa de transpiração aumenta, a temperatura na superfície deve se aproximar cada vez mais da temperatura do fluxo, até que o equilíbrio térmico seja estabelecido entre a pá e fluxo de transpiração. Portanto, como houve uma redução do coeficiente externo (h_e), se espera que aconteça um aumento na mesma proporção no coeficiente interno (h_i), sendo aumentado para 300 $W/m^2 K$.

4.3.2. CONDIÇÕES INICIAIS PARA O CASO TESTE COM RESFRIAMENTO POR TRANSPIRAÇÃO

As condições iniciais estão demonstradas na tabela 2. Podemos verificar que só houve alteração no valor do coeficiente de transferência de calor por convecção e nenhuma mudança na temperatura dos fluidos.

Tabela 2: Condições de contorno para o caso teste com resfriamento por transpiração.

	Externo (e)	Interno (i)
Temperatura (T)	1700 K	400 K
Coeficiente de transferência de calor por convecção (h)	500 W/(m ² K)	300 W/(m ² K)

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos por simulação numérica serão apresentados nesta parte do trabalho. O campo de temperatura e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento são apresentados. Também é verificada a concordância dos resultados obtidos com os obtidos na literatura. Em seguida são apresentados os resultados de simulação considerando resfriamento por transpiração.

5.1. CASO TESTE

5.1.1. TEMPERATURA NOS CONTORNOS

Ao comparar o gráfico produzido pelo o programa Matlab com o obtido na literatura, que utiliza outro método para o cálculo das temperaturas nos contornos, observa-se que o resultado gerado ficou muito próximo, apenas diferenciando pelo o arredondamento de casas decimais. Como pode ser observado pelas figuras 9 e 10.

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
1526,0K	1525,3 K	1523,6K	1521,9 K	1520,8K	1520,5 K
T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}
1519,7K	1518,8K	1516,5K	1514,5 K	1513,3K	1512,9K
T_{13}	T_{14}	T_{15}	T_{16}	T_{17}	T_{18}
1515,1K	1513,7 K	1509,2K	1506,4 K	1505,0K	1504,5 K
T_{19}	T_{20}	T_{21}			
1513,4K	1511,7 K	1506,0K			

Figura 9: Temperaturas nos contornos obtidos da literatura de referência.

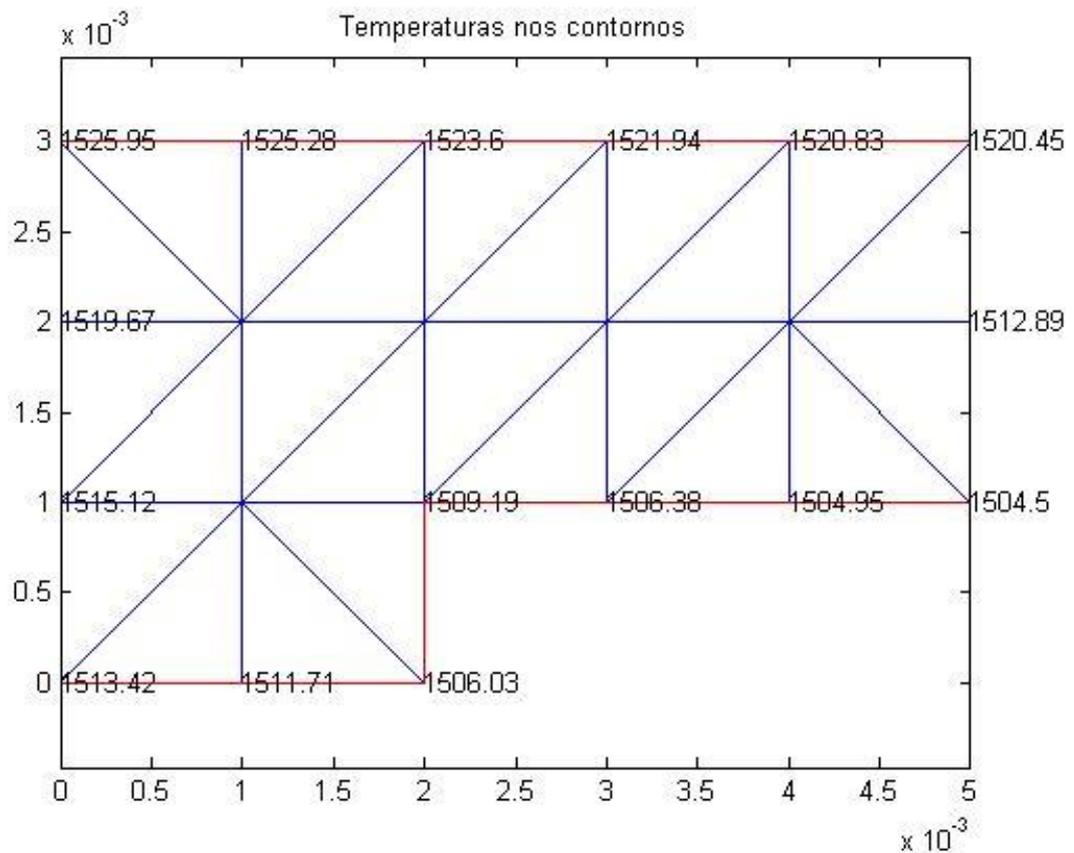


Figura 10: Gráfico das temperaturas nos contornos gerados pelo Matlab.

5.1.2. CAMPO DE TEMPERATURAS

O campo de temperatura gerado pelo o Matlab, também foi comparado ao fornecido pela literatura, e pode-se verificar que o resultado gerado ficou muito próximo do resultado esperado.

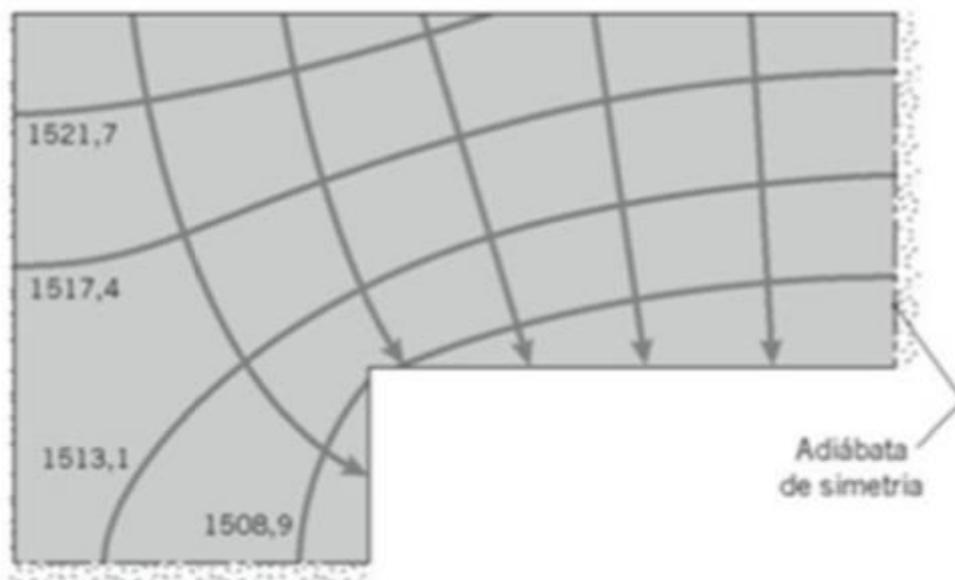


Figura 11: Campo de temperaturas obtido da literatura de referência.

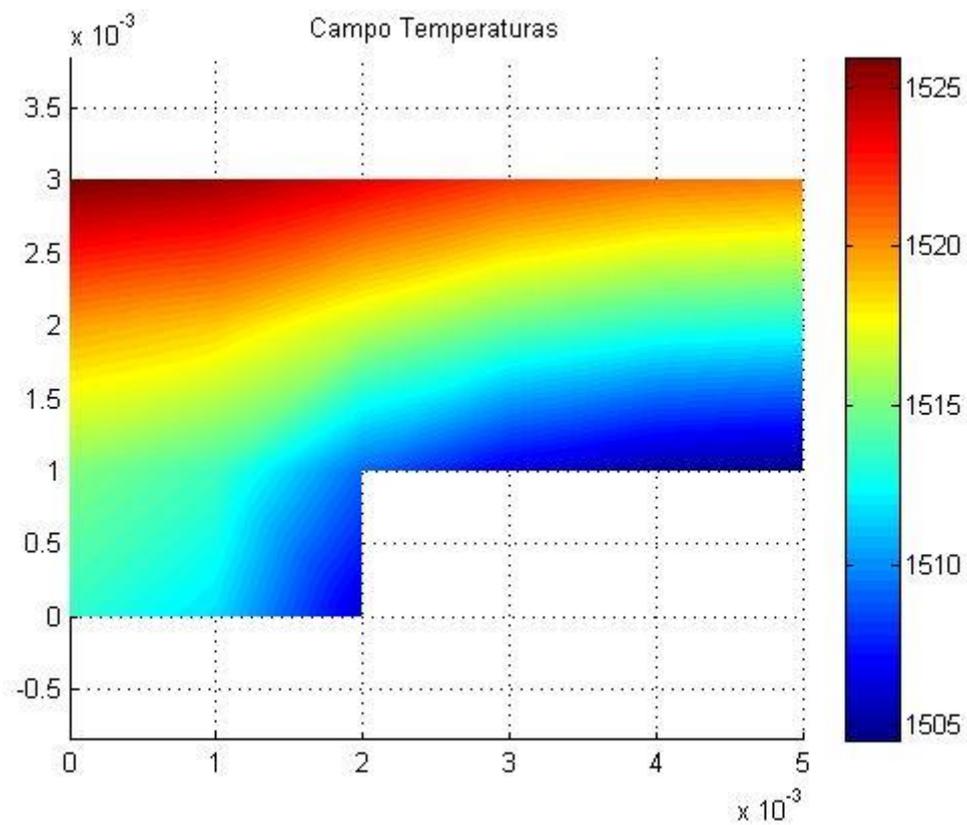


Figura 12: Campo de temperaturas gerado no Matlab.

Analisando as figuras 11 e 12, pode-se perceber com definição as linhas de temperatura mostradas no campo de temperatura fornecido pela o exemplo. Mas quando utilizamos uma malha fina, as linhas não são tão definidas, mas ainda podemos a variação da temperatura na pá, demonstrado na figura 13. Isso acontece devido ao maior numero de triângulos e um menor volume.

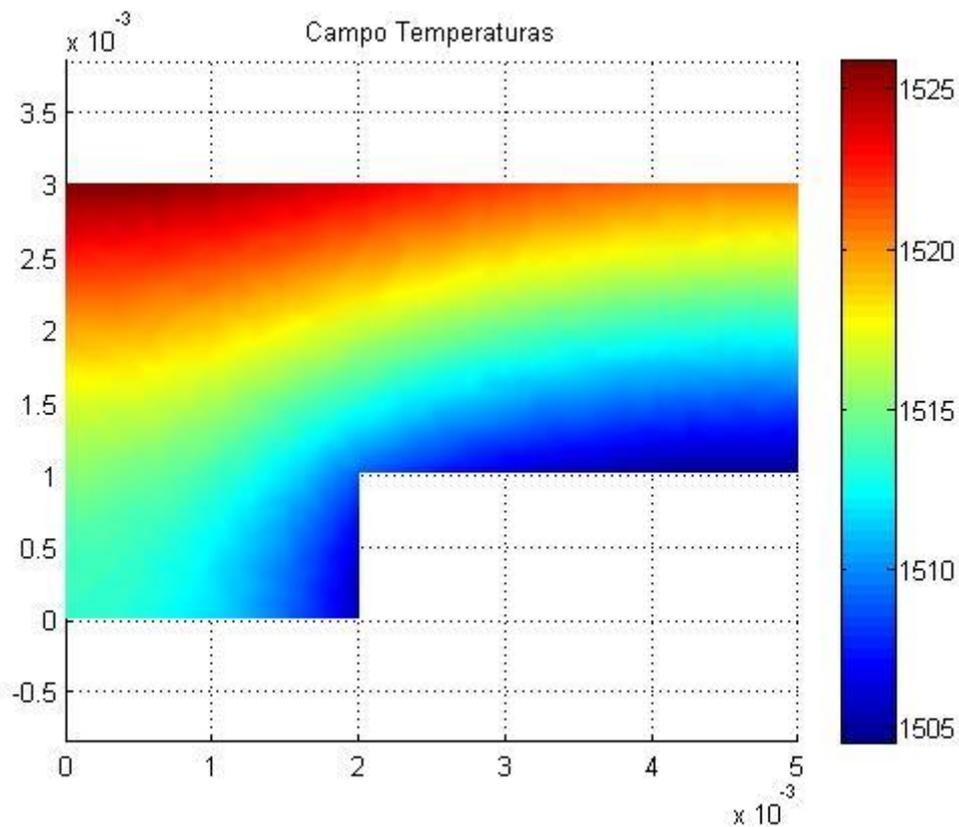


Figura 13: Campo de temperaturas gerado pelo Matlab a partir de uma malha fina.

5.1.3. TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

O fluxo de calor, referenciado por q , pode ser calculado de duas maneiras distintas. A primeira forma é baseada na difusão, $q = -k\nabla T$, e a segunda através da convecção, $q = h(T_\infty - T_s)$, ambas as formas devem resultar no mesmo valor de fluxo. Quando se utiliza malhas grosseiras é possível que os fluxos calculados numericamente sejam diferentes. Com o refinamento da malha estas diferenças devem reduzir a valores desprezíveis. Nos resultados apresentados seguir os fluxos serão dados por unidade de comprimento, $q' = q / L$.

A tabela 3 mostra os valores encontrados para o fluxo de calor nas malhas utilizadas. Como esperado, verificasse a boa concordância entre os valores de fluxo considerando a malha mais fina. O valor obtido por convecção para a malha mais grossa, 3540,6 W/m, concorda exatamente com o valor da literatura, que também é 3540,6 W/m .

Tabela 3: Valores de fluxo de calor por unidade de comprimento simulados.

Fluxo de calor por unidade de comprimento	Malha grossa	Malha fina
Difusivo	3509,9 W/m	3540,4 W/m
Convectivo	3540,6 W/m	3539,6 W/m

5.2. CASO TESTE COM RESFRIAMENTO POR TRASPIRAÇÃO

5.2.1 TEMPERATURA NOS CONTORNOS

Como o coeficiente de transferência de calor por convecção externo (h_e) diminuiu e o interno (h_i) aumentou, se espera que a temperatura na pá seja menor do que no caso teste sem transpiração.

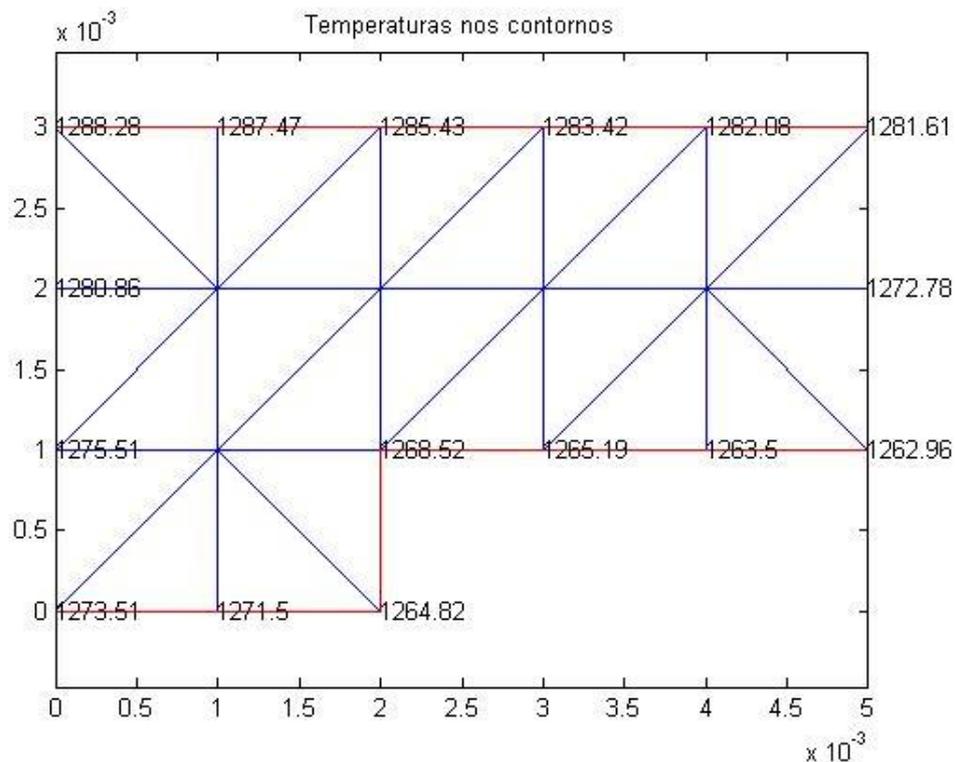


Figura 14: Temperaturas nos contornos no caso teste com transpiração.

Comparando a figura 10 e 14, pode-se dizer que com as variações no coeficiente de transferência de calor por convecção (h) realmente fizeram com que as temperaturas na pá da turbina caíssem em torno de 15%. O que era esperado, visto que o resfriamento por transpiração tem o objetivo de diminuir a temperatura na superfície da pá.

5.2.2. CAMPO DE TEMPERATURAS

As alterações no coeficiente de transferência de calor por convecção (h) devem mudar somente a temperatura na superfície e não influenciar na forma como a temperatura é distribuída no material e ser da mesma maneira que foi disponibilizado pela literatura na figura 11 e que foi gerado pelo o Matlab no caso teste sem transpiração nas figuras 12 e 13.

Os novos campos de temperatura gerados com os coeficientes de transferência de calor por convecção interno (h_i) e externo (h_e) corrigidos estão representados nas figuras 15 e 16.

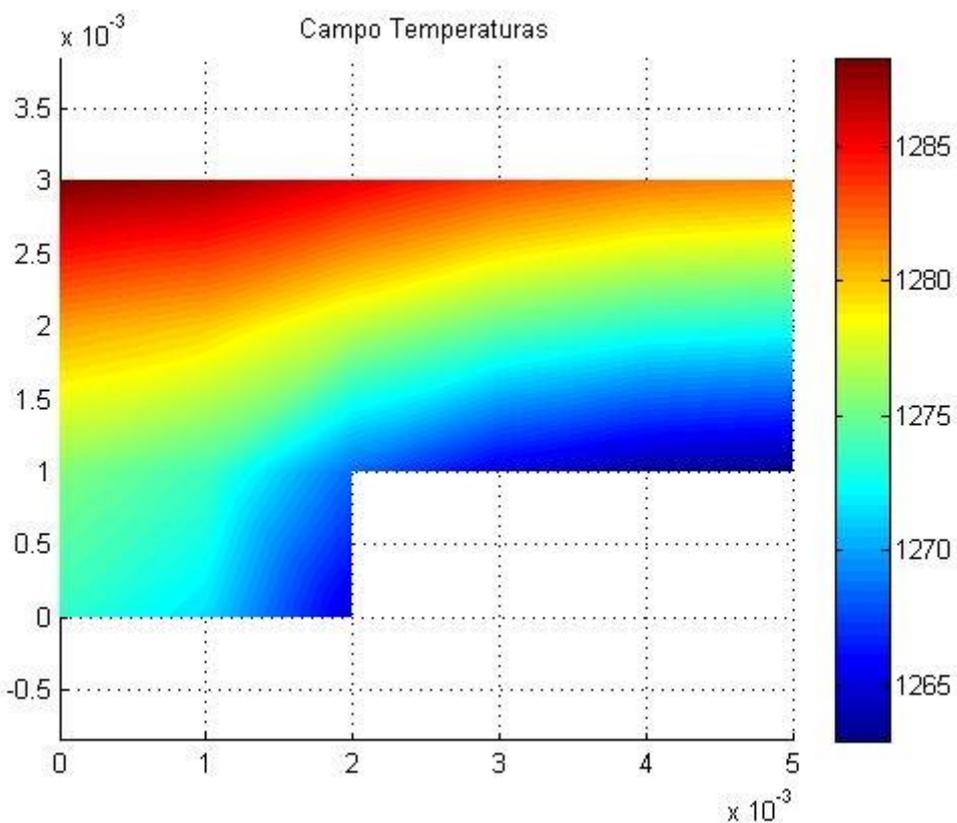


Figura 15: Campo de Temperaturas com coeficientes de convecção corrigidos utilizando a malha grossa.

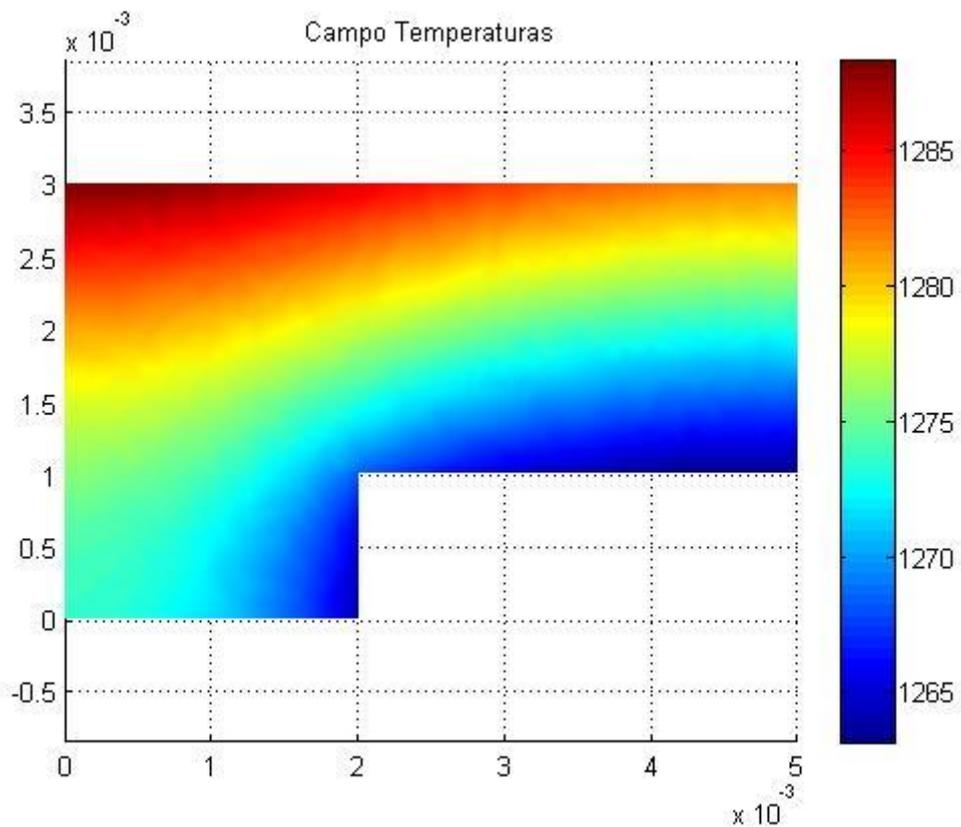


Figura 16: Campo de Temperaturas com coeficientes de convecção corrigidos utilizando a malha grossa.

5.2.3. FLUXO DE CALOR POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

O fluxo de calor por unidade de comprimento calculado com base nos coeficientes de transferência de calor internos e externos corrigidos são apresentados na tabela 4.

Tabela 4: Fluxo de calor por unidade de comprimento baseado nos coeficientes de transferência de calor por convecção corrigidos.

Fluxo de calor por unidade de comprimento.	Malha grossa	Malha fina
Difusivo	4119,5 W/m	4153 W/m
Convectivo	4153,3 W/m	4152 W/m

Se compararmos os valores do fluxo de calor por unidade de comprimento no caso teste sem transpiração (Tabela 3) com os valores do caso teste com transpiração (Tabela 4), podemos ver que o fluxo de calor aumenta o que atesta o maior resfriamento.

6. CONCLUSÕES

Os métodos de resfriamento por transpiração foram apresentados neste trabalho. E o método de volumes de controle baseado em elementos para a difusão utilizado nas simulações deste trabalho foi descrito apropriadamente.

Resultados de simulação foram apresentados e apropriadamente comentados. Pode-se dizer que quanto maior o fluxo de massa de transpiração, que atravessa o material poroso, mais o sólido é resfriado. Isso é verificado pelo aumento do fluxo de calor.

Conclui-se que o resfriamento por transpiração é bastante efetivo. O que deve reduzir os danos a um sólido devido à alta temperatura.

6.1. TRABALHOS FUTUROS

No trabalho de conclusão de curso 2 pretende-se simular numericamente o resfriamento por transpiração de forma mais precisa. Considerando a solução de equações de conservação da massa, de quantidade de movimento e de energia, para o meio poroso e para o meio fluido envolvente, para um regime de escoamento laminar. Esta simulação será realizada com um código de simulação escrito em Matlab já validado. Os resultados desta modelagem mais elaborada serão comparados com os resultados da modelagem mais simples abordada no TCC1.

7. BIBLIOGRAFIA

BIRD, R. Byron; STEWART, Warren E. e LIGHTFOOT, Edwin N. **Transport Phenomena**. 2ª ed. Nova York. John Wiley & Sons, Inc., 2002.

CERRI et al. **Advances in effusive cooling techniques of gas turbines**. Applied Thermal Engineering, v. 27, n. 4, p. 692-698, Mar 2007. ISSN 1359-4311. Disponível em: < <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431106003577> >

ÇENGEL, Yunus A.; GHAJAR, Afshin J. **Transferência de Calor e Massa: Uma Abordagem Prática**. 4ª ed. Nova York. McGrawHill, 2009.

DAHMEN, Wolfgang; GOTZEN, Thomas; MÜLLER, Siegfried. **Numerical Simulation of Transpiration Cooling through Porous Material**. 2013. Institut für Geometrie und Praktische Mathematik, RWTH Aachen, Alemanha.

HUANG et al. **Investigation of transpiration cooling with local thermal non-equilibrium model**: effects of different thermal boundary conditions at the porous-fluid interface. 5th International Conference on Porous Media and Their Applications in Science, Engineering and Industry, Eds, ECI Symposium Series, 2014. Disponível em: < http://dc.engconfintl.org/porous_media_V/37 >

JIANG et al. **Experimental and numerical investigation of convection heat transfer in transpiration cooling**. Applied Thermal Engineering, v. 24, n. 8-9, p. 1271-1289, Jun 2004. ISSN 1359-4311. Disponível em: < <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431104000225>>.

LANDIS, Jay A. **Numerical Study of a Transpiration Cooled Rocket Nozzle**. 1995. 92 f. Tese (Mestrado em Engenharia Astronáutica) – Instituto de Tecnologia da Força Aérea, Dayton, Ohio.

KREITH, F. et al. **Heat and Mass Transfer**: Mechanical Engineering Handbook. 1ª Ed. Boca Raton. CRC Press LLC, 1999.

STEINGRIMSSON, A. et al. **Towards Prediction of Transpiration Cooling**. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, US. 2010.

VISKANTA, R. **Combustion and Heat Transfer in Inert Porous Media**: In: Handbook of Porous Media, 2ª ed, CRC Press: Taylor & Francis Group, Boca Raton.

WHITE, Frank M. **Mecânica dos Fluidos**. 6ª Ed. Nova York. McGrawHill, 2011.