



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia de Energia**

**Utilização de Programação Linear em Sistemas de  
Distribuição de Energia Elétrica: Alocação de Banco  
de Capacitores**

**Autor: Soraya Marcella Dayrell B. Leal  
Orientador: Flávio Henrique J.R. Silva**

**Brasília, DF  
2015**



**SORAYA MARCELLA DAYRELL LEAL**

**Utilização de Programação Linear em Sistemas de  
Distribuição de Energia Elétrica: Alocação de Banco  
de Capacitores**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: Dr. Flávio Henrique J.R.Silva

**Brasília, DF  
2015**

**CIP – Catalogação Internacional da Publicação\***

DAYRELL, SORAYA MARCELLA LEAL

Utilização de Programação Linear em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica: Alocação de Banco de Capacitores . Brasília: UnB, 2015. : il. ; 29,5 cm.

Monografia Graduação – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2015. Orientação: Flávio Henrique J.R.Silva.

1. Programação Linear.
  2. Fluxo de Carga.
  3. Linhas de Transmissão e Transformadores
  4. Método de Newton Raphson
  5. Banco de Capacitores
- Silva J.R, Flávio Henrique Dr.

CDU Classificação



**Utilização de Programação Linear em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica: Alocação de Banco de Capacitores**

**SORAYA MARCELLA DAYRELL LEAL**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em 01/06/2015 apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. (Titulação): Nome do Professor, UnB/ FGA**  
Orientador

---

**Prof. (Titulação): Nome do Professor, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. (Titulação): Nome do Professor, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2015

“Há dois tipos de sabedoria: a inferior e a superior. A sabedoria inferior é dada pelo quanto uma pessoa sabe e a superior é dada pelo quanto ela tem consciência de que não sabe”. Chico Xavier.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pelo dom da vida, e força concebida para realização desse trabalho. À minha família, pelo apoio em todos os momentos de fraqueza durante a trajetória do curso, em especial à minha mãe Ana Cláudia e ao meu pai Geraldo que batalhou muito para me fornecer recursos para morar e estudar longe de casa. Não me esquecendo das pessoas que já não estão mais presentes e que fizeram parte da minha educação, minha vó Marina e minha tia Susi e a Dona Lica. Aos meus tios e tias, queridos que torceram tanto por mim e fizeram parte de cada momento comigo, aos meus padrinhos Angela e Fernando pelas palavras de ensinamento e pelas discussões que me fazem crescer e amadurecer no decorrer da vida. Aos meus primos e primas por sempre me apoiarem e estarem do meu lado. Aos meus avôs que serão sempre meu exemplo de vida.

Ao meu irmão Diego por sempre estar ao meu lado e ser minha fortaleza por querer seguir sempre em frente.

Aos meus amigos Mairon Cruvinel Samara Sousa, Pedro Felipe, Juliete Suana, Seire Cristina, Sannya Arvelos Tuane Thais, Joziane Porcino, Beatriz, Lana Beatriz e Gabriel Cabral foi muito intensa nossa convivência e levarei a amizade de vocês ao longo da minha vida.

As minha amigas Lana Beatriz e Alinny Veras pela dedicação e esforço, por estar do meu lado nos momentos difíceis e por serem especiais.

E por fim, ao meu orientador Flavio Henrique Silva, que foi um verdadeiro educador e me ensinou muito além da vida acadêmica.

## RESUMO

Métodos de prevenção de perdas de cargas estão presentes no projeto de geração de energia elétrica para garantia da sua qualidade. Este trabalho aborda a estabilidade do nível de tensão em um barramento, utilizando como metodologia a alocação de banco de capacitores por meio da programação linear. Para que não haja perdas de carga no sistema de distribuição de energia elétrica, é necessário obter informação sobre o perfil de tensão. O sistema sofre pequenas perturbações, como entrada e saídas de cargas capazes de alterar o nível de tensão no barramento, até mesmo violando os limites pré-estabelecidos. A princípio, é feita uma modelagem do sistema, que é então analisado com ferramentas matemáticas adequadas para o projeto. O problema será resolvido por intermédio de funções lineares, utilizando programação linear, indicando em quais barramentos devem ser instalados os bancos de capacitores, a capacidade necessária, visando garantir que todas as tensões fiquem dentro dos limites admissíveis. Os resultados são representados por simulações no *software Matlab®*.

**Palavras-chave:** Programação linear, Potência ativa, Potência reativa, Banco de Capacitores.

## ABSTRACT

Cargo loss prevention methods are present in the electricity generation project to ensure its quality. This paper addresses the stability of the voltage level on a bus, using as methodology the capacitor bank allocation through linear programming. To avoid pressure losses in the electricity distribution system, it is necessary to obtain information on the voltage profile. The system suffers small disturbances, such as input and output loads can alter the voltage level on the bus, even violating the preset limits. At first, a system modeling is made, which is then analyzed using appropriate mathematical tools for the project. The problem will be solved by linear functions, using linear programming, indicating to which rail should be installed banks of capacitors, the necessary capacity in order to ensure that all voltages must be within the allowable limits. The results are represented by simulations in Matlab software.

**Keywords:** Linear programming, active power, reactive power, Capacitor Bank.



## LISTA DE IUSTRAÇÕES

Figura 1: Convenção de sinais para fluxos de carga e injeção de corrente, potência ativa e reativa.....	24
Figura 2: Modelo $\pi$ para linhas de transmissão.....	25
Figura 3: Convencao de sinais (positivos) para fluxo de potência ativa e reativa.....	27
Figura 4: Transformadores em fase.....	29
Figura 5: Circuito equivalente $\pi$ para transformador em fase.....	29
Figura 6: Fluxograma do algoritmo de Newton Raphson.....	38
Figura 7: Representação do problema de programação linear.....	50
Figura 8: Solução do problema de programação linear.....	50
Figura 9: Rede sem capacitor .....	53
Figura 10: Rede com capacitor.....	53
Figura 11: Sistema teste em estudo.....	56
Figura 12: Gráfico de potência ativa no barramento 5.....	60
Figura 13: Gráfico de potência ativa no barramento 4.....	61
Figura 14: Gráfico potência reativa no barramento 5 .....	62
Figura 15: Gráfico reativa no barramento 5.....	62
Figura 16: Gráfico potência ativa no barramento 5.....	66
Figura 17: Gráfico de potência ativa no barramento 4.....	66
Figura 18: Gráfico de potência reativa no barramento 5.....	67
Figura 19: Gráfico de reativa no barramento 4.....	67

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Tipos de barra.....	23
Tabela 2: Níveis de tensão.....	41
Tabela 3: Dados do problema.....	49
Tabela 4: Dados da barra.....	57
Tabela 5: Simulação das correntes capacitivas.....	58
Tabela 6: Tensões nos pontos da rede.....	63
Tabela 7 : Quantidade de capacitivas na rede.....	64
Tabela 8 : Tensões restabelecidas nos pontos da rede.....	68

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ANEEL      Agência Nacional de Energia Elétrica

SCOOP      *Scientific Computation of Optimum Programs*

## LISTA DE SÍMBOLOS

$V_k$  = magnitude da tensão

$\theta_k$  = ângulo da tensão nodal

$P_k$  = geração de potência ativa

$Q_k$  = injeção líquida de potência reativa

$k$  = enésima barra

$Q_k^{sh}$  = injeção de potência reativa devido ao elemento *shunt* da barra

$Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2$ , sendo  $b_k^{sh}$  a susceptância *shunt*

$V_k^{max}$  = Limite de injeção de tensão injeção de potência reativa

$Q_k^{max}$  = Limite de injeção de potência reativa

$\pi$  = modelo de uma linha de transmissão

$r_{km}$  = resistência série

$x_{km}$  = reatância série

$b_{km}^{sh}$  = susceptância *shunt*

$g_{km}$  = condutância série do ramo

$z_{km}$  = impedância série da linha

$y_{km}$  = admitância série da linha

$I_{km}$  = corrente série

$E_k$  = tensão terminal

$E_m$  = tensão terminal

$a$  = *tap* do transformador

$S_{km}$  = fluxo de potência complexa

$Q_k^{calc}$  = vetor magnitude das tensões calculado

$P_k^{esp}$  = potência complexa líquida especificada

$g(x)$  = função vetorial

$a$  = *tap* do transformador

## Sumário

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>6</b>
RESUMO .....	7
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>8</b>
<b>LISTA DE IUSTRAÇÕES</b> .....	<b>9</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA .....	16
1.2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
1.3 OBJETIVOS.....	19
1.3.1 Objetivo Geral .....	19
1.4 METODOLOGIA .....	19
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	20
<b>2. MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO</b> .....	<b>22</b>
2.1 FORMULAÇÃO BÁSICA.....	22
2.2 MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO E TRANSFORMADORES	
25	
2.2.1 Modelagem da linha de transmissão.....	25
2.2.2 Fluxos de potência ativa e reativa para linhas de transmissão. ....	27
2.2.3 Modelagens dos transformadores em fase.....	28
2.2.4 Potência ativa e potência reativa para transformadores em fase .....	30
<b>3. MÉTODO DE NEWTON RAPHSON</b> .....	<b>31</b>
3.1 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON PARA SOLUÇÕES DE FLUXO DE	
POTÊNCIA .....	31
3.2 SUBSISTEMA 1 .....	33
3.2.1 Subsistema 1 .....	36
3.3.2 Subsistema 2 .....	37
<b>4. REGULADORES DE TENSÃO NA REDE DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA</b>	
<b>ELÉTRICA</b> .....	<b>40</b>
<b>5. ALOCAÇÃO DE BANCO DE CAPACITORES</b> .....	<b>42</b>
5.1 BANCO DE CAPACITORES .....	42
5.2 TIPO DE CAPACITORES.....	45
6 PROGRAÇÃO LINEAR.....	46
6.1 DEFINIÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO.....	46
6.2 ALGORITMO SIMPLEX .....	48
6.2.1 Exemplo ilustrativo .....	50
6.3 MODELAGEM DOS CÁLCULOS DE ALOCAÇÃO DO BANCO DE	
CAPACITORES.....	53
<b>7. RESULTADOS</b> .....	<b>58</b>
7.1 EXEMPLO DE PROBLEMA DE REGULACAO DE TENSÃO NO SISTEMA	
ELÉTRICO.....	59
7.2.1 Tensões abaixo dos níveis permitidos .....	63
7.2.2 Aumento da tensão com a alocação de banco de capacitores.....	68
<b>8. CONCLUSÃO</b> .....	<b>74</b>
<b>9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>75</b>

# Parte I

## Conceitos Iniciais

## 1. INTRODUÇÃO

Os padrões de vida atuais são bastante diferentes em vários aspectos, quando comparados aos padrões do século XIX. O desenvolvimento do sistema elétrico teve um papel fundamental nessa mudança (ALCÂNTARA,2005).

A qualidade dos serviços elétricos não era tão eficaz quanto atualmente, os requisitos de qualidade eram mínimos. Com o aumento da demanda e da tecnologia no setor, a geração de energia elétrica inclusive longe dos centros urbanos tornou-se necessária. Assim, passou a existir os sistemas de transmissão e distribuição, e conseqüentemente a interligação do sistema (ALCÂNTARA,2005).

As interligações dos sistemas elétricos contribuem para o aumento da margem de segurança e economia da operação do mesmo. Durante a operação normal do sistema, podem ocorrer perturbações que afetam um local ou até mesmo todo o sistema interligado, prejudicando o fornecimento de energia elétrica à população (SALAMA,2000).

As perturbações no sistema elétrico podem ocasionar perdas de potência reativa na rede, fazendo as tensões ficarem abaixo dos limites estabelecidos pelo órgão regulamentador, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Logo, é necessário o controle da tensão para evitar multas e garantir assim bons níveis de qualidade e confiabilidade de fornecimento de energia elétrica.

Os primeiros problemas de instabilidade que causavam interrupções no fornecimento de energia elétrica, foram estudados no início do século XX, dada a ocorrência de uma queda de tensão em uma linha de transmissão (SALAMA,2000). Naquela época, existia pouco material para auxiliar a análise do comportamento do sistema. Ainda no século XX foram desenvolvidos equipamentos de regulação de tensão (SALAMA,2000).

Com o avanço da tecnologia, os métodos de resolução de problemas por programação linear ficaram mais acessíveis, permitindo assim a instalação adequada dos reguladores de tensão. Este trabalho aborda a metodologia de instalação de banco de capacitores para regulação de tensão, o que possibilita um melhor gerenciamento da potência reativa.

A instalação de banco de capacitores visa, além da redução das perdas e melhoria nos perfis de tensão, outras vantagens como o controle do fluxo de potência, a melhoria da estabilidade do sistema, a correção do fator de potência e a

compensação da energia reativa produzida por cargas indutivas e pelas reatâncias das linhas (ALCÂNTARA,2005). Basicamente, o problema da alocação de banco de capacitores consiste em determinar o tipo do banco se é fixo ou automático, a potência reativa necessária, a localização e os esquemas de controle deste banco. É um problema de difícil solução devido às constantes alterações da rede de distribuição, pois o número de pontos mínimos locais e o número de opções a serem analisadas aumenta devido ao grande número de barras (ALCÂNTARA,2005).

Os capacitores fixos possuem um valor constante de potência reativa e estão permanentemente em operação. Já os capacitores automáticos, é possível ligar e desligar o banco dependendo da condição de carga e dos controles adequados. Portanto, devido seus altos custos de instalação e manutenção, as empresas do setor elétrico vêm optando pela instalação de bancos fixos, o que dificulta mais o trabalho em busca do melhor ponto para sua alocação. Para melhor atender essa prática de instalação de banco de capacitores, foi utilizado um algoritmo de otimização pela programação linear, permitindo um melhor resultado (ALCÂNTARA,2005).

O desenvolvimento da Programação Linear é um dos avanços científicos mais importantes do século XX. A programação linear surgiu como um ramo da programação matemática com uma vasta aplicação prática. Inovações da última metade do século passado fizeram com que os métodos de programação linear fossem cada vez mais eficientes e favoráveis para a resolução de um larga variedade de problemas envolvendo questões de decisão em vários domínios (KAGAN,2009).

Logo o trabalho proposto utiliza o método de programação linear, com o intuito de verificar qual a melhor forma de alocar um banco de capacitores para que a tensão na rede de distribuição de energia elétrica permaneça nos limites acessíveis de operação.

## 1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Com a rede elétrica cada vez mais interligada e o atendimento aos requisitos de qualidade cada vez mais rígidos, verifica-se a necessidade de novas práticas operacionais. Essas práticas buscam, principalmente, evitar as quedas de tensão que ocorrem durante a realização de intervenções na rede, de modo que, tem-se um problema de perturbação da tensão na linha de transmissão, onde a tensão está abaixo do limite estabelecido pelas normas vigentes. A instalação de banco de



capacitores favorece a redução das perdas de energia, correção dos perfis de tensões, controle dos fluxos de potência e aumento da capacidade dos sistemas.

## 1.2 REFERENCIAL TEÓRICO

A partir da segunda metade do século XX, a alocação de banco de capacitores para redução de perdas nos sistemas de energia elétrica, se tornou uma solução bastante pesquisada, apresentando diversos estudos que descrevem algoritmos de otimização (SALAMA,2000).

A análise de sistemas elétricos, geralmente, a carga é representada por injeções de potência constante e as linhas de transmissão e os transformadores são representados por impedâncias, fazendo com que as equações de potência constituam um problema denominado fluxo de potência, descrito por expressões não lineares que relacionam as injeções de potência com as magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais (MONTICELLI,2003). A consideração explícita destas relações torna os modelos de otimização associados complexos, por lidarem com restrições não-lineares que relacionam os fluxos de potência com os fasores que representam as tensões nodais.

Em virtude dos estudos de planejamento das redes, o problema de alocação de banco de capacitores vem sendo estudado por muitas décadas. Neagle e Samson (1956), assumem a carga uniformemente distribuída ao longo do alimentador. Foi analisado somente a economia de perdas de potência ativa no pico de carga com capacitores fixos. Os modelos matemáticos para resolver o problema de alocação de bancos de capacitores que são utilizados atualmente, se baseiam nos modelos apresentados na década de 80 (GRAINGER E LEE, 1981a,b, 1982) , (BARAN E WU, 1989).

No final da década de 80 e início da década de 90 foram desenvolvidas as primeiras metaheurísticas, que também são usadas para resolver o problema de alocação de bancos de capacitores. Em estudos já realizados, utilizou-se um algoritmo de *Simulated Annealing* para resolver o problema de localização, tipo e tamanho ótimos de bancos de capacitores para diferentes níveis de demanda Chiang *et al* (1990). Algoritmos genéticos foram utilizados por Ajjarapu e Albanna (1991), Boone e Chiang (1993), e Sundhararajan e Pahwa (1994), para resolver o mesmo problema.

Outra metodologia que vem sendo utilizada para resolver o problema de alocação de bancos de capacitores são os algoritmos heurísticos, são intuitivos, fáceis de entender e simples de implementar quando comparados com métodos analíticos e de programação numérica. Por outro lado, os resultados produzidos por algoritmos heurísticos não têm garantia de serem ótimos (CHIS *et al.*,1997).

Nos últimos 10 anos, novos trabalhos vêm sendo desenvolvidos para resolver o problema da instalação de bancos de capacitores em um sistema de distribuição. Geralmente, tanto os novos trabalhos quanto os mais antigos abordam o problema de redução de perdas, com foco nos períodos de variação das cargas (MEKHAMER *et al.*, 2002). Para resolução da localização ótima do banco de capacitores é utilizada a programação linear.

O trabalho em Programação Linear deve o seu início, principalmente, a questões militares e económicas (HILL,2009). Um dos matemáticos que mais se aplicou na resolução de problemas de natureza económica foi o russo Leonid V. Kantorovich (1912-1986). Em 1939 escreveu um livro intitulado Métodos Matemáticos de Organização e Planejamento da Produção, onde expõe, de forma rigorosa, um problema de Programação Linear, porém, este trabalho não teve, nessa altura, o devido reconhecimento. Durante a Segunda Grande Guerra, surgiram problemas logísticos relacionados com deslocamento, alojamento e manutenção de grandes exércitos, que levaram ao estudo da Programação Linear. Na Força Aérea Americana, foi formado um grupo de trabalho SCOOP (Scientific Computation of Optimum Programs) do qual George Dantzig (1914-2005) fazia parte. Foi Dantzig que, em 1947, desenvolveu um processo de resolução de problemas de Programação Linear, que se designa por método SIMPLEX (HILL,2009).

Além da formulação do problema de programação linear, também foi criado o algoritmo SIMPLEX para a sua solução. Assim, esse algoritmo se tornou a primeira técnica explícita para a resolução de problemas de programação linear e é considerada atualmente a mais útil se comparada às outras técnicas usuais (KAGAN,2009).

A área de distribuição de energia elétrica tem sofrido mudanças rápidas e intensas, fazendo com que os problemas a ela associados se tornem ainda mais complexos, de modo que a alocação de banco de capacitores na rede seja necessária. O presente trabalho utiliza programação linear como método de resolução do problema de alocação do banco de capacitores utilizando o algoritmo SIMPLEX

como fonte de cálculo. Este método é o mais eficiente, pois utiliza de algoritmos de otimização buscando a alocação ótima de capacitores nos barramentos que possuem tensão abaixo dos limites estabelecidos, possibilitando a melhor localização e o capacitor mais eficaz para o problema. O intuito da utilização desse método é saber quantos e quais capacitores cada barramento deve possuir, de forma a garantir a tensão nos níveis admissíveis.

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo Geral

Analisar o problema de regulação de tensão por meio da instalação de banco de capacitores. A proposta de solução deste trabalho se dará por meio de funções lineares resolvidas por programação linear, utilizando como fonte de cálculo o algoritmo SIMPLEX. Os resultados serão simulados utilizando o *software Matlab®*.

### 1.3.2 Objetivo Específico

O objetivo deste trabalho é solucionar o problema de variação de tensão, devido o aumento de potências ativas e reativas que ocorre no sistema de distribuição de energia elétrica. Será utilizada a programação linear com intuito de identificar em quais barramentos serão necessários a instalação de bancos de capacitores, para manter a tensão dentro da faixa de limites admissíveis.

## 1.4 METODOLOGIA

A regulação de tensão no sistema de distribuição de energia elétrica, tem um papel fundamental no controle do mesmo, o aumento de reativos na rede pode causar danos irreparáveis ao sistema. O presente trabalho aborda o controle de tensão na rede de distribuição de energia elétrica, com intuito de evitar problemas de variação de tensão, o método utilizado para controle dessa tensão, foi a alocação de banco de capacitores. A verificação dos barramentos que possuem tensão abaixo do limite estabelecido pelos órgãos de regulação e a quantidade de capacitores necessária para reestabelecer o sistema, foi encontrado por meio da programação linear,

utilizando como fonte de cálculo o algoritmo SIMPLEX, que foi simulado por meio do *software Matlab®*. O comportamento da tensão foi obtida por intermédio de gráficos, que apresentam as tensões abaixo do permitido e a melhoria da mesma com a instalação do banco de capacitores.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho foi organizado em quatro partes: Conceitos Iniciais, Modelagem Matemática do Sistema, Regulação de Tensão e Resultados. Nestas partes estão contidos oito capítulos. No capítulo dois as ferramentas matemáticas a serem utilizadas são descritas apresentando o fluxo de potência, com o modelo  $\pi$  para uma linha de transmissão. No capítulo três são introduzidos o método de Newton Rapshon e suas principais aplicações no sistema de distribuição de energia elétrica. No capítulo quatro é apresentado a regulação de tensão e quais os níveis que as agências reguladoras operam, para evitar penalidades. No capítulo cinco são apresentados os banco de capacitores, e sua aplicabilidade no sistema. No capítulo seis mostra o que é a programação linear, e o algoritmo de cálculo SIMPLEX, é nesse capítulo que explica como alocar os banco de capacitores na rede de distribuição. No capítulo sete são apresentados os resultados obtidos. No capítulo oito a conclusão.

# Parte II

## Modelagem Matemática do Sistema

## 2. MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO

Neste capítulo são apresentadas as ferramentas matemáticas necessárias para se analisar o problema do fluxo de potência na rede de distribuição de energia elétrica, com ênfase nas equações e inequações algébricas que definem a rede elétrica.

### 2.1 FORMULAÇÃO BÁSICA

Nesta seção apresenta a formulação básica por meio do fluxo de potência, expondo as equações e inequações para a resolução do sistema. Com ênfase nos dados e incógnitas que entram nas barras da rede de distribuição de energia elétrica.

O planejamento por meio de estudos de fluxo de potência permite melhorar o perfil de tensão durante o projeto de novos circuitos de distribuição. Esse estudo representa os parâmetros elétricos da rede, as demandas de carga e de geração. O estudo do fluxo de potência permite o cálculo das tensões em todos os pontos da rede, possibilitando verificar se o atendimento está dentro dos níveis adequados. Outras finalidades do fluxo de potência são os cálculos das perdas e da queda de tensão ao longo da rede, verificando se a linha de transmissão não está sobrecarregada, operando muito perto do limite de transmissão ou do limite térmico e redirecionando o fluxo em casos de operação em situação de emergência.

O modelo apresentado mostrará a formulação básica do sistema elétrico por meio de equações e inequações algébricas, definindo as variáveis que entraram como dados do problema e incógnitas a serem calculadas. As equações básicas são obtidas por meio da conservação das potências ativas e reativas em cada nó da rede, a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem nos componentes internos, as linhas de transmissão e os transformadores (MONTICELLI,1983).

Na formulação básica do problema, a rede possui quatro variáveis, sendo que duas variáveis entram no problema como dados, e as outras duas entram como incógnitas, onde  $V_k$ =magnitude da tensão nodal,  $\theta_k$ =ângulo da tensão nodal  $P_k$ =geração de potência ativa,  $Q_k$ =injeção líquida de potência reativa. Escolhendo as variáveis nodais que entram como dados do problema e as incógnitas, podemos definir três tipos de barras, sendo definidas como barra PQ sendo os dados  $P_k$  e  $Q_k$

onde se calcula as incógnitas  $V_k$  e  $\theta_k$ , barra PV sendo os dados  $P_k$  e  $V_k$ , onde são calculados  $P_k$  e  $Q_k$  e a barra de referência  $V_\theta$  sendo os dados  $V_k$  e  $\theta_k$  então calcula-se  $P_k$  e  $Q_k$ . O sub-índice k significa a enésima barra.

A barra PQ é uma barra de carga, e PV é uma barra de geração. A barra de referência ( $V_\theta$ ) fornece a referência angular do sistema (a referência da magnitude de tensão, no nó terra), e também é utilizada para fechar o balanço de potência do sistema levando em conta as perdas de transmissão, que não são conhecidas antes da solução final dos problemas, os três tipos de barras mencionados, são os mais frequentes e importantes, na formulação básica. Como mostrado na tabela 1 (Fonte: MONTICELLI,1983).

Tabela 1. Tipos de barras. (Fonte: MONTICELLI,1983)

TIPO	BARRA	ESPECIFICADO	CALCULADO	CARACTERÍSTICA
0	PQ	$P_k$ e $Q_k$	$V_k$ e $\theta_k$	Barra de carga
1	PV	$P_k$ e $V_k$	$P_k$ e $Q_k$	Barra de geração
2	$V_\theta$	$V_k$ e $\theta_k$	$P_k$ e $Q_k$ .	Barra de referência

O conjunto de equações do problema do fluxo de potência é formado por duas equações para cada barra, cada uma delas representando o fato de as potências ativas e reativas injetadas em uma barra serem iguais à soma dos fluxos correspondentes que deixam a barra por meio de linhas de transmissão, transformadores. De acordo com Monticelli (1983) há imposição da Primeira Lei de Kirchhoff e pode ser expressa matematicamente pelas Equações (2.1) e (2.2).

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.1)$$

$$Q_k + Q_k^{sh} V_k = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.2)$$

onde  $P_{km}$  é o fluxo de potência ativa,  $Q_{km}$  = fluxos de potência reativa por meio do ramo convencional k-m,  $\Omega_k$ = conjunto de barras vizinhas da barra k,  $P_k$ = fluxo de potência,  $\theta_m$ =fluxo de potência e  $Q_k^{sh}$ =injeção de potência reativa devido ao elemento shunt da barra k,  $Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2$ , sendo  $b_k^{sh}$  a susceptância shunt ligada a barra k.

As expressões seguiram uma convenção de sinais. Injeções líquidas de potência são positivas quando entram nas barras geração e negativas quando saem das barras cargas, os elementos shunt possuem a mesma convenção de sinais, como mostrado na Figura 1.

Nas barras de geração e barras de carga, o controle da magnitude da tensão nodal é feito pelo ajuste da corrente de campo de máquinas síncronas, que podem operar, injetando ou absorvendo potências reativas da rede de transmissão. O cálculo de fluxo de potência para o controle da magnitude da tensão nodal das barras PQ e pelos limites de potência reativas nas barras PV, é dado pelas Equações 2.3 e 2.4. (MONTICELLI,1983):

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max} \quad (2.3)$$

$$Q_k^{min} \leq Q_k \leq Q_k^{max} \quad (2.4)$$

As tensões nodais devem se manter dentro do limite  $V_k^{max}$ , portanto a cada interação realizada deve se o manter o nível limite de injeção de tensão e aumentar o nível de injeção de potência reativa para manter a tensão no valor especificado até que o limite de  $Q_k^{max}$ , para que a rede se mantêm em operação (MONTICELLI,1983).

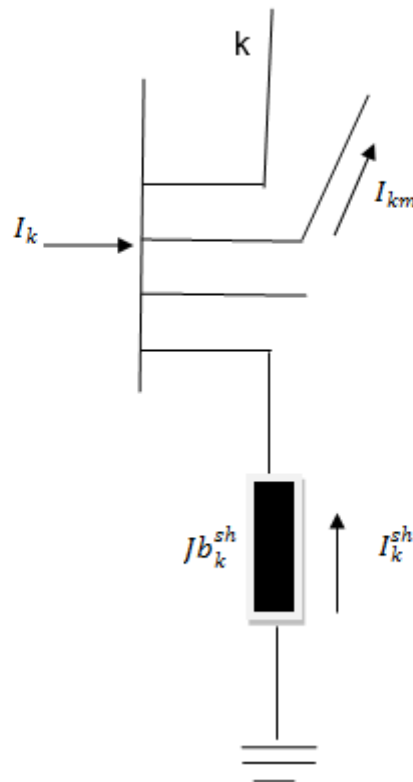


Figura 1. Convenção de sinais para fluxos carga e injeção de corrente, potência ativa e potência reativa (Fonte:MONTICELLI,1983)



## 2.2 MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO E TRANSFORMADORES

### 2.2.1 Modelagem da linha de transmissão

Nesta seção é abordado o modelo  $\pi$  de uma linha de transmissão, apresentando os parâmetros elétricos da rede, e as equações que definem a linha, permitindo obter o fluxo de potência da entrada e saída da linha e suas perdas.

A linha de transmissão é composta por uma linha aérea ou um cabo. Ela é a parte mais importante de todo o sistema de energia elétrica. Os parâmetros elétricos determinam a capacidade de transmissão, consequentemente o detalhamento desses parâmetros é de importância primordial para a transmissão e a distribuição de energia com segurança e economia. As linhas de transmissão são responsáveis por transportar energia e são representadas pelo modelo  $\pi$ , quando conhecidas as tensões complexas das barras terminais. Este modelo simplificado permite obter o fluxo de potência de entrada e saída e, consequentemente, as perdas de potência (MONTICELLI, 1983). Contudo, quando a análise se refere à toda a rede, em vez de componentes individuais, surge uma representação mais compacta utilizando as matrizes de admitância de barra ou nós. Para Monticelli (1983), a Figura 2 mostra o modelo  $\pi$  para uma linha de transmissão.

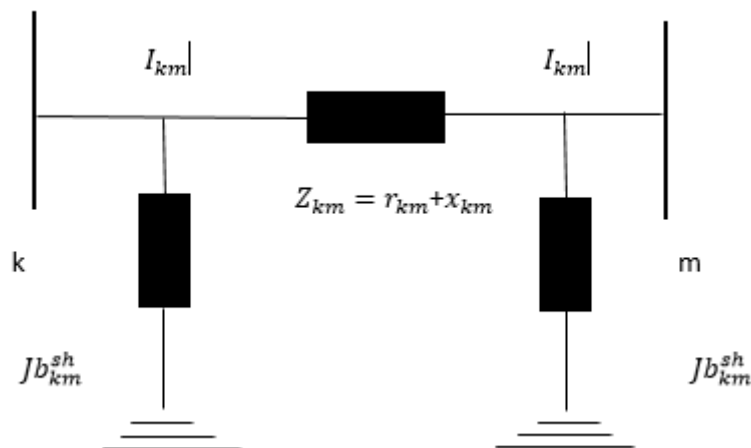


Figura 2: Modelo  $\pi$  para linhas de transmissão. (Fonte: MONTICELLI,1983)

A primeira ponderação a ser feita é sob quais condições pode se representar os comportamentos resistivos capacitivos e indutivos distribuídos por toda a linha.

No modelo  $\pi$ , os comportamentos indutivos e resistivos estão concentrados na impedância total longitudinal da linha ( $Z$ ). O comportamento capacitivo está concentrado em  $y_k$  que a admitância total transversal da linha. O modelo  $\pi$  é representado por três parâmetros série,  $r_{km}$  a resistência série;  $x_{km}$  a reatância série, e  $b_{km}^{sh}$  a susceptância shunt. A impedância do elemento série é mostrada na Equação 2.5 (MONTICELLI, 1983) :

$$Z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (2.5)$$

Fazendo o inverso da impedância série apresentada na equação 5, obtém-se a admitância série da linha (Eq: 2.6 e 2.7).

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = Z_{km}^{-1} \quad (2.6)$$

Ou seja,

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad b_{km} = -j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (2.7)$$

Nesse contexto tem-se que, quando o modelo representa uma linha de transmissão,  $x_{km}$ ,  $y_{km}$  são positivos, o que implica  $g_{km}$  positivo (capacitivo) e  $b_{km}$  negativo (indutivo). O elemento  $b_{km}^{sh}$  é positivo, pois o *shunt* é o tipo capacitivo.

Tem-se a corrente  $I_{km}$  que tem uma componente série e tem uma componente *shunt*. O cálculo da corrente é feito por meio de tensões terminais  $E_k E_m$ .

Encontradas as tensões terminais obtém-se a corrente por meio da Equação 2.8.

$$I_{km} = y_{km} (E_k - E_m) + jb_{km}^{sh} E_k \quad (2.8)$$

Onde  $E_k E_m$  é dado pela Equação 2.9.

$$E_k = V_k e^{j\theta_k}, \quad E_m = V_m e^{j\theta_m} \quad (2.9)$$

A linha de transmissão no modelo  $\pi$  pode ser representada por uma impedância  $Z_{km}$  e uma corrente  $I_{km}$  conforme a Figura 3 (MONTICELLI, 1983).

### 2.2.2 Fluxos de potência ativa e reativa para linhas de transmissão.

A seção apresenta os fluxos de potência complexa para a rede de distribuição, e a convenção de sinais utilizadas para a linha, e as perdas de tensão do sistema.

O fluxo de potência ativa é proporcional à abertura angular da linha  $\theta_{km}$ , e se desloca no sentido dos ângulos maiores para os ângulos menores ( $P_{km} > 0$  se  $\theta_k > \theta_m$ ).

Para Monticelli (1983), além das equações lineares representando de forma compacta a topologia da rede e seus componentes, a seguinte restrição de potência deve ser aplicada a cada barra: o fluxo de potência complexa que é descrito pela Equação 2.10.

$$S_{km} = P_{km} - jQ_{km} = E_k I_{km} = Y_{km} V_k e^{j\theta_k} (V_m e^{j\theta_m} - V_k e^{j\theta_k}) + j b_{km}^{sh} V_k^2 \quad (2.10)$$

Os fluxos  $P_{mk}$  e  $Q_{mk}$  são obtidos identificando-se as partes reais e imaginárias por meio das Equações 2.11 e 2.12.

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos\theta_{km} + V_k V_m b_{km} \sin\theta_{km} \quad (2.11)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos\theta_{km} + V_k V_m g_{km} \sin\theta_{km} \quad (2.12)$$

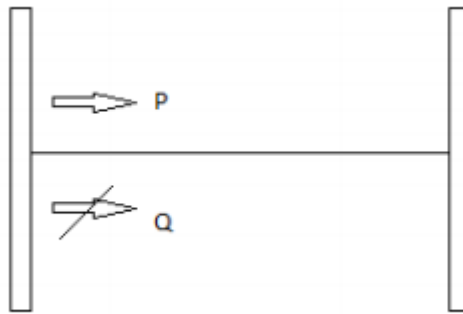


Figura 3. Convenção de sinais positivos para fluxos de potência ativa e reativa (Fonte: MONTICELLI, 1983).

A Figura 3 relata a convenção de sinais, mostrando que para P positivo (fluxo de potência ativa entrando na linha), o sinal Q poderá ser tanto positivo quanto negativo (fluxo de potência reativa entrando ou saindo da linha).

O cálculo de perdas de uma linha de transmissão é a soma dos fluxos de potência que sai da barra k em direção a barra m, com o fluxo que sai da barra m em direção a k (Eqs. 2.13 e 2.14) (MONTICELLI, 1983).

$$\text{Perdas ativas} = P_{mk} + P_{km} \quad (2.13)$$

$$\text{Perdas reativas} = \theta_{km} + \theta_{mk} \quad (2.14)$$

Então, substituindo os valores nas Equações 2.13 e 2.14, tem-se as Equações 2.15 e 2.16.

$$P_{km} + P_{mk} = g_{km}(V_m^2 + V_k^2 - 2V_kV_m \cos\theta_{km}) = g_{km}|E_k - E_m|^2 \quad (2.15)$$

$$Q_{mk} + Q_{km} = b_{km}^{sh}(V_m^2 + V_k^2) - b_{km}(V_m^2 + V_k^2 - 2V_kV_m \cos\theta_{km}) = -b_{km}^{sh}(V_m^2 + V_k^2) - b_{km}|E_k - E_m|^2 \quad (2.16)$$

Para o cálculo das perdas pode ser definido duas situações.

Primeira situação: se  $Q_{km} > 0$  e  $Q_{mk} > 0$  A linha de transmissão exige potência reativa indutiva no sistema. Segunda situação: se  $Q_{km} < 0$  e  $Q_{mk} < 0$ . A linha de transmissão fornece potência reativa capacitiva para o sistema (MONTICELLI, 1983).

### 2.2.3 Modelagens dos transformadores em fase

Nesta seção é apresentado o transformador em fase, que controla o fluxo de potência entre duas linhas de transmissão, e mantém as potências complexas constantes, realizando o cálculo das magnitudes de tensão no nó de cada linha.

Um transformador é um dispositivo destinado a transformar tensões, correntes e impedâncias. Trata-se de um dispositivo de corrente alternada que opera baseado nos princípios de Faraday. Um transformador consiste de duas ou mais bobinas para seu funcionamento, existem vários tipos de transformadores, mas todos operam no mesmo princípio (MONTICELLI, 1983).

Os transformadores em fase são utilizados em linhas de transmissão para o controle do fluxo de potência entre duas linhas ou dois sistemas independentes. O transformador em fase consiste em uma admitância série  $y_{km}$  e um auto transformador com relação de transformação 1:t, onde a é um número real (t=a). A Figura 4 demonstra um transformador em fase na rede.

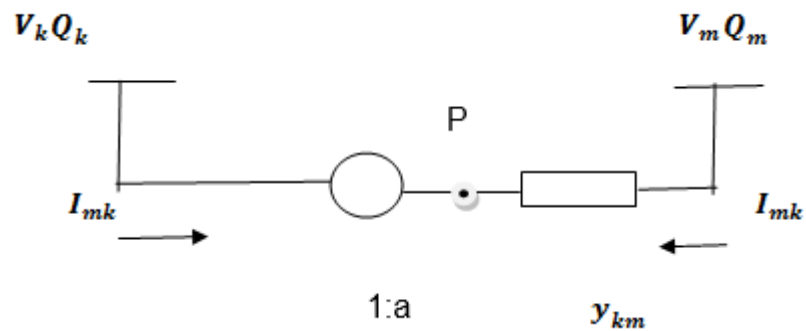


Figura 4. Transformador em fase. ( Fonte:MONTICELLI,1983)

Para um transformador em fase, a relação entre as magnitudes das tensões dos nós terminais k e P é dada pela Equação 2.17 (MONTICELLI, 1983):

$$\frac{V_p}{V_k} = a \quad (2.17)$$

Que é a mesma relação entre as tensões complexas  $E_p$  e  $E_k$ , pois  $\theta_p = \theta_k$  (Eq. 2.18).

$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p e^{j\theta_k}}{V_k e^{j\theta_k}} \quad (2.18)$$

Como o transformador k-p é ideal, isso indica que as potências complexas na entrada e na saída são iguais, ou seja não há potência ativa e reativa entre k-p. O transformador em fase pode ser representado no circuito equivalente  $\pi$ , conforme a Figura 5.

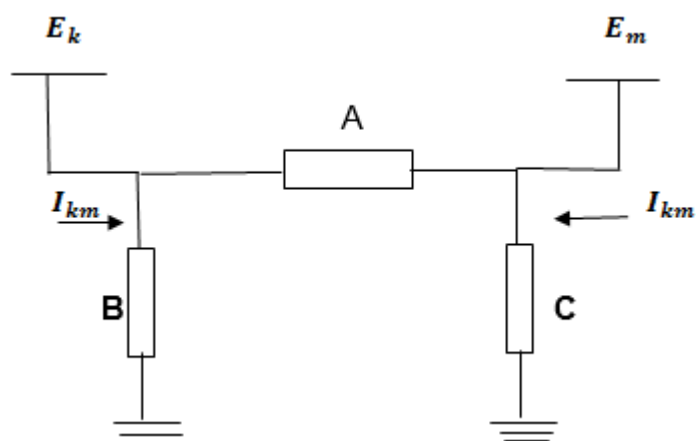


Figura 5. Circuito equivalente  $\pi$  para o transformador em fase. (Fonte: MONTICELLI,1983).

Onde A, B, C são as admitâncias do circuito, e para analisar essas admitâncias, dependemos das correntes  $I_{mk}$  e  $I_{km}$  que estão escritas nas Equações 2.19 e 2.20.

$$I_{km} = (A + B)E_k + (-A) E_m \quad (2.19)$$

$$I_{mk} = (-A)E_k + (A + C) E_m \quad (2.20)$$

Onde  $A = aY_{km}$ ,  $B = a(a - 1)Y_{km}$ ,  $C = (1 - a)Y_{km}$ . As equações permitem a análise do efeito da relação de transformação (MONTICELLI, 1983).

#### 2.2.4 Potência ativa e potência reativa para transformadores em fase

Nesta seção apresenta a potência ativa e reativa para transformadores em fase, onde realiza-se o cálculo por meio da corrente e do fluxo de potência complexa, resultando nas potências ativa e reativa para um transformador em fase.

Para um transformador em fase, os fluxos de potência ativa e reativa consistem na eficiência de utilização da energia elétrica gerada pelo equipamento. Para o cálculo dessas potências deve-se considerar a corrente  $I_{km}$  que é calculada pela Equação 2.21 (MONTICELLI, 1983).

$$I_{km} = a_{km}y_{km}(a_{km}E_k - E_m) \quad (2.21)$$

Com o cálculo da corrente, pode-se calcular o fluxo de potência complexa, que para um transformador em fase é dado pela Equação 2.22 .

$$S^* = P_{km} - j\theta_{km} = E_k I_{km} = y_{km} a_{km} V_k e^{-j\theta_k} (a_{km} V_k e^{j\theta_k} - V_m e^{j\theta_m}) \quad (2.22)$$

Os fluxos  $P_{km}$  e  $\theta_{km}$  são obtidos identificando-se as partes reais e imaginárias da Equação 2.22, resultando nas Equações 2.23 e 2.24 de potência ativa e reativa para um transformador em fase.

$$P_{mk} = a_{km}^2 V_m^2 g_{km} - (a_{km} V_k) (V_m g_{km} \cos\theta_{km} - (a_{km} V_k) V_m b_{km} \sen\theta_{km}) \quad (2.23)$$

$$Q_{mk} = -a_{km}^2 V_m^2 b_{km} + (a_{km} V_k) V_m b_{km} \cos\theta_{km} - (a_{km} V_k) V_m g_{km} \sen\theta_{km} \quad (2.24)$$

### 3. MÉTODO DE NEWTON RAPHSON

Este capítulo relata o método de Newton Raphson, para o cálculo do fluxo de potência, este método é utilizado para resolução de equações não-lineares, onde por meio de interações ele monta e resolve o sistema.

O método de Newton é um instrumento bastante utilizado para resoluções de sistemas de equações não-lineares, dessa forma ele é apresentado num processo no qual iterações lineares dos sistemas são montadas e resolvidas. Esse método se tornou um dos principais métodos para soluções do cálculo de fluxo de potência de redes elétricas, mas existem vários métodos para a solução do problema do fluxo de potência, como Gauss-Seidel, Newton Modificado, Método desacoplado rápido e o Método de Newton-Raphson. A escolha deste método na a resolução deste trabalho é devido à sua convergência rápida e eficiência nesse cenário de transmissão de energia. O método de Newton-Raphson é um método iterativo o qual aproxima um conjunto de equações não-lineares simultâneas por um conjunto de equações lineares usando expansão por séries de Taylor, e os termos são restritos à aproximação de primeira ordem (MONTICELLI, 1975).

#### 3.1 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON PARA SOLUÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA

Esta seção apresenta as equações de potência para resolução do problema de queda de tensão, baseado na aplicação das leis de Kirchhoff para resolução das equações e divide o problema em dois subsistemas.

Um método eficiente para a determinação das raízes de polinômios, equações trigonométricas funções exponenciais ou logarítmicas é o método de Newton-Raphson. Esse método se refere às equações de potência nodais para barras da rede das correntes, resultada da aplicação da lei de Kirchhoff, que foi deduzida no capítulo 2 deste trabalho, onde foi apresentada uma formulação genérica do fluxo de potência, e a descrição do modo de operação de cada componente da rede, resultando nas Equações 3.1 e 3.2 (MONTICELLI, 1975).

$$P_k = V_k \sum_{mek} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.1)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.2)$$

As variáveis nodais que entram como dados e como incógnitas estão definidas na Tabela 1 do Capítulo 2 (MONTICELLI, 1983), onde é possível perceber o que será calculado e qual barras elas pertencem, se é barra de geração, referência ou de carga. Para se obter o estado da rede é necessário conhecer os valores das magnitudes das tensões (V) e os ângulos de fase ( $\theta$ ). Dessa forma, conhecendo esses parâmetros e os do sistema de transmissão, é possível determinar a distribuição do fluxo por todo sistema. Logo, para cada barra existem duas equações de potência nodais e duas variáveis conhecidas, as demais devem ser encontradas por meio do método de Newton-Raphson, tendo assim um problema com duas barras de dados e duas barras de incógnitas (MONTICELLI, 1975).

O sistema elétrico é composto de NPQ barras do tipo PQ que são barras de carga, NPV que são barras do tipo PV barras de geração e V $\theta$  como barra de referência para as tensões. Então o sistema possui 2(PQ+NPV+1) variáveis especificadas e 2(NPQ+NPV+1) incógnitas (MONTICELLI, 1975).

Os métodos computacionais para o cálculo do fluxo de potência são constituídos de duas partes, a primeira, também chamada de algoritmos básicos, que se trata da resolução por métodos iterativos de um sistema de equações algébricas mostrado nas equações 3.1 e 3.2 a outra parte do processo de resolução do problema considerando a atuação dos dispositivos de controle e representação dos limites de operação do sistema.

Então criou-se um modelo matemático que permite a resolução mais rápida desse sistema. Esse modelo se baseia em criar dois subsistemas, um para cálculo das variáveis de estado de todas as barras do sistema e outro que permite calcular as potências nodais de todas as barras dos sistemas, além da distribuição do fluxo de potência ativa e reativa das perdas do sistema. Então foi dividido em subsistema 1 e subsistema 2. O subsistema 1 irá detalhar melhor o processo matemático para resolução de equações algébricas não lineares, que tem a necessidade de aplicação de métodos iterativos. O subsistema 2 pode ser obtido sem a necessidade de aplicação de métodos iterativos (MONTICELLI, 1975).



### 3.2 SUBSISTEMA 1

Esta seção é dividida em dois subsistemas, o subsistema 1 e o subsistema 2 apresentando o cálculo da matriz jacobiana e os valores da magnitude das tensões e no fim um fluxograma de como funciona o método de Newton Rapshon.

O subsistema 1 irá obter os valores de  $V$  e  $q$  desconhecidos das barras da rede. O processo terá as barras PQ e PV, visto que os valores  $V$  e  $\theta$  são desconhecidos para as barras PQ e os valores  $Q$  e  $\theta$  são desconhecidos para as barras PV. Então tem-se um sistema determinado (MONTICELLI, 1975).

(2NPQ + NPV) dados especificados:  $P$  e  $Q$  das barras PQ;  $P$  das barras PV.

(2NPQ+NPV) incógnitas:  $V$  e  $\theta$  das barras PQ;  $\theta$  das barras PV.

Chamando de  $P_k^{esp}$  e  $Q_k^{esp}$  os valores conhecidos  $P$  e  $Q$ , o objetivo será resolver as Equações 3.3 e 3.4.

$$\{ P_k^{esp} - V_k \sum_{mek} V_m (G_{km} \cos^{\theta}_{km} + B_{km} \sin^{\theta}_{km}) \} = 0 \quad (3.3)$$

Para as barras PQ e PV

$$\{ Q_k^{esp} - V_k \sum_{mek} V_m (G_{km} \sin^{\theta}_{km} - B_{km} \cos^{\theta}_{km}) \} = 0 \quad (3.4)$$

Para as barras PQ

Dessa forma aplica-se o método de Newton para o subsistema 1. As incógnitas do subsistema 1 podem ser agrupadas no vetor de estado  $x$ , apresentado na Equação 3.5.

$$x = \begin{pmatrix} \theta \\ V \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Onde  $\theta$  é o vetor dos ângulos das tensões das barras PQ e PV e tem dimensão (NPQ+NPV) e  $V$  é o vetor magnitude de tensões das barras PQ e tem dimensão NPQ. Com as Equações 3.3 e 3.4, obtém-se as Equações 3.6 e 3.7.

$$\{ \Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0 \} \quad (3.6)$$

$$\{ \Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0 \} \quad (3.7)$$

Sendo que  $\Delta P_k$  e  $\Delta Q_k$  são os resíduos de potência ativa e reativa da barra k;  $P_k^{calc}$  e  $Q_k^{calc}$  são calculados por meio das equações 3.3 e 3.4 de potências nodais. Então deve-se definir a função vetorial  $g(x)$  que é dada pela Equação 3.8.

$$g(x) = \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = 0 \quad (3.8)$$

Onde  $\Delta P$  é o vetor de desvios de potência ativa de dimensão (NPQ+NPV) e  $\Delta Q$  é um vetor de desvios de potência reativa de dimensão NPQ. Pelo método iterativo de Newton, obtêm-se a Equação 3.9.

$$g(X^k) = -J(X^k) \Delta X^k \quad (3.9)$$

Onde J é a matriz jacobiana dos derivados de  $g(x)$  a  $x$ , e  $\Delta X$  é o vetor de correção de estado, e são calculados a cada interação. Como foi mostrado acima e realizando as modificações algébricas é possível obter-se o sistema linear do problema de fluxo de potência a ser resolvido (Eq. 3.10).

$$\begin{pmatrix} \Delta P^k \\ \Delta Q^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ M & L \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta \theta^k \\ \Delta V^k \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Dessa forma é possível perceber que a matriz Jacobiana é composta pelas submatrizes chamadas de H, N, M e L definidas pela Equação 3.11.

$$H = \frac{dP}{d\theta} \quad N = \frac{dP}{dV} \quad M = \frac{dQ}{d\theta} \quad L = \frac{dQ}{dV} \quad (3.11)$$

Como para redes de transmissão malhadas, a matriz admitância Y é simétrica. É possível calcular os elementos de cada submatriz de acordo com as Equações 3.12 à 3.23.

$$H_{kk} = \frac{dP_k}{d\theta_k} = B_{kk} V_k^2 \theta_k \quad (3.12)$$

$$H_{km} = \frac{dP_k}{d\theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin^{\theta_{km}} - B_{km} \cos^{\theta_{km}}) \quad (3.13)$$

$$H_{km} = \frac{dP_m}{d\theta_k} = -V_k V_m (G_{km} \sin^{\theta_{km}} - B_{km} \cos^{\theta_{km}}) \quad (3.14)$$

$$N_{kk} = \frac{dP_k}{dV_k} = V_k^{-1} (P_k + G_{kk} V_k^2) \quad (3.15)$$

$$N_{km} = \frac{dP_k}{dV_m} = V_k (G_{km} \cos^{\theta_{km}} + B_{km} \sin^{\theta_{km}}) \quad (3.16)$$

$$N_{km} = \frac{dP_m}{dV_k} = V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.17)$$

$$M_{kk} = \frac{dQ_k}{dV_k} = V_k^{-1} (G_{kk} V_k^2 + P_k) \quad (3.18)$$

$$M_{km} = \frac{dQ_m}{dV_m} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.19)$$

$$M_{mk} = \frac{dQ_m}{d\theta_k} = -V_k V_m (G_m \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.20)$$

$$L_{kk} = \frac{dQ_k}{dV_k} = V_k^{-1} (Q_k - B_{kk} V_k^2) \quad (3.21)$$

$$L_{km} = \frac{dQ_k}{dV_m} = -V_k (G_m \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.22)$$

$$L_{km} = \frac{dQ_m}{dV_k} = -V_k (G_m \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.23)$$

Para Monticelli (1975), a dimensão de cada submatriz do sistema é:

Matriz H: [(NPQ+NPV) x (NPQ+NPV)];

Matriz N: [(NPQ+NPV) NPQ]

Matriz M: [NPQ x (NPQ+NPV)]

Matriz L: [NPQ x NPQ]

O vetor de correções de variáveis para uma determinada interação é obtido por meio da Equação 3.24.

$$\begin{pmatrix} \Delta \theta^k \\ \Delta V^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ M & L \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta P^k \\ \Delta Q^k \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

A solução do processo acontece quando, para um determinado estado (qV), os desvios de potência estiverem bem próximos de zero, ou seja, as potências ativas e reativas calculadas para as barras do tipo PQ devem ser iguais ou bem próximas das especificadas. O mesmo vale para as potências ativas das barras PV ((MONTICELLI, 1975).

## ETAPAS PARA CALCULAR O ALGORÍTMO BÁSICO PARA A RESOLUÇÃO DOS SUBSISTEMAS 1 E 2 PELO MÉTODO DE NEWTON RAPHSON

A resolução do método de Newton para o cálculo de fluxo de potência pode ser descrita pelas seguintes etapas.

### 3.2.1 Subsistema 1

1. Fazer  $v=0$  (contador de interações) e escolher os valores iniciais dos ângulos das tensões das barras PQ e PV e as magnitudes das tensões das barras PQ, criando um vetor (Eq. 3.25) (MONTICELLI, 1975).

$$\begin{pmatrix} \theta^0 \\ V^0 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

2. Calcular  $P_k(V^k, \theta^k)$  para as barras PQ e PV e  $Q_k(V^k, \theta^k)$  para as barras PQ e determinar os respectivos desvios de potência:  $\Delta Q^k$  e  $\Delta P^k$ .
3. Testar a convergência: se  $\max \{|\Delta P_k^V|\}_{k=PQ, PV} < \epsilon P$  e  $\max \{|\Delta Q_k^V|\}_{k=PQ} < \epsilon Q$ , o processo iterativo convergiu para a solução  $(V^k, \theta^k)$  caso o processo não convirja, passa-se para o passo seguinte.
4. Calcular a matriz jacobiana (Eq. 3.26).

$$\begin{pmatrix} H(V^k, \theta^k) & N(V^k, \theta^k) \\ M(V^k, \theta^k) & L(V^k, \theta^k) \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

5. E determinar a nova solução (Eq. 3.27 e 3.28).

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta \theta^k \quad (3.27)$$

$$V^{k+1} = V^k + \Delta V^k \quad (3.28)$$

6. Fazer  $(k+1=k)$  e voltar ao passo 2.

### 3.3.2 Subsistema 2

Resolvido o subsistema 1, já conhecido  $V_k$  e  $\theta_k$  para todas as barras, então calcula-se  $P_k$  e  $Q_k$  na barra de referência, e  $Q_k$  nas barras PV, é um sistema com (NPV+2) equações algébricas não-lineares com o mesmo número de incógnitas no qual todas as incógnitas aparecem de forma explícita o que simplifica a resolução

No processo apresentado anterior não foram apresentadas as restrições de operação e a atuação de dispositivo de controle que corresponde a um conjunto adicional de equações. Essas restrições de operação são os limites (máximos e mínimos) na geração de potência reativas das barras PV, para avaliar se durante o processo iterativo um desses limites foi violado (MONTICELLI, 1975).

O método de Newton-Raphson, aplicado na resolução de fluxos de potência de redes elétricas, é uma das ferramentas mais usadas para a solução dos valores de tensões complexas das barras do sistema. Logo, sob essas condições, o método não pode apresentar convergência, ou encontrar uma solução para o sistema não factível para rede elétrica (MONTICELLI, 1975).

Com o passar do tempo o método foi aprimorando com diversos tipos de controle e limites, entre os principais é o controle nos valores de tensão das barras, injeção de potência ativa e reativa, bem como a inclusão de taps de transformadores. O método de Newton Raphson apresenta o melhor desempenho computacional para o cálculo do fluxo de potência.

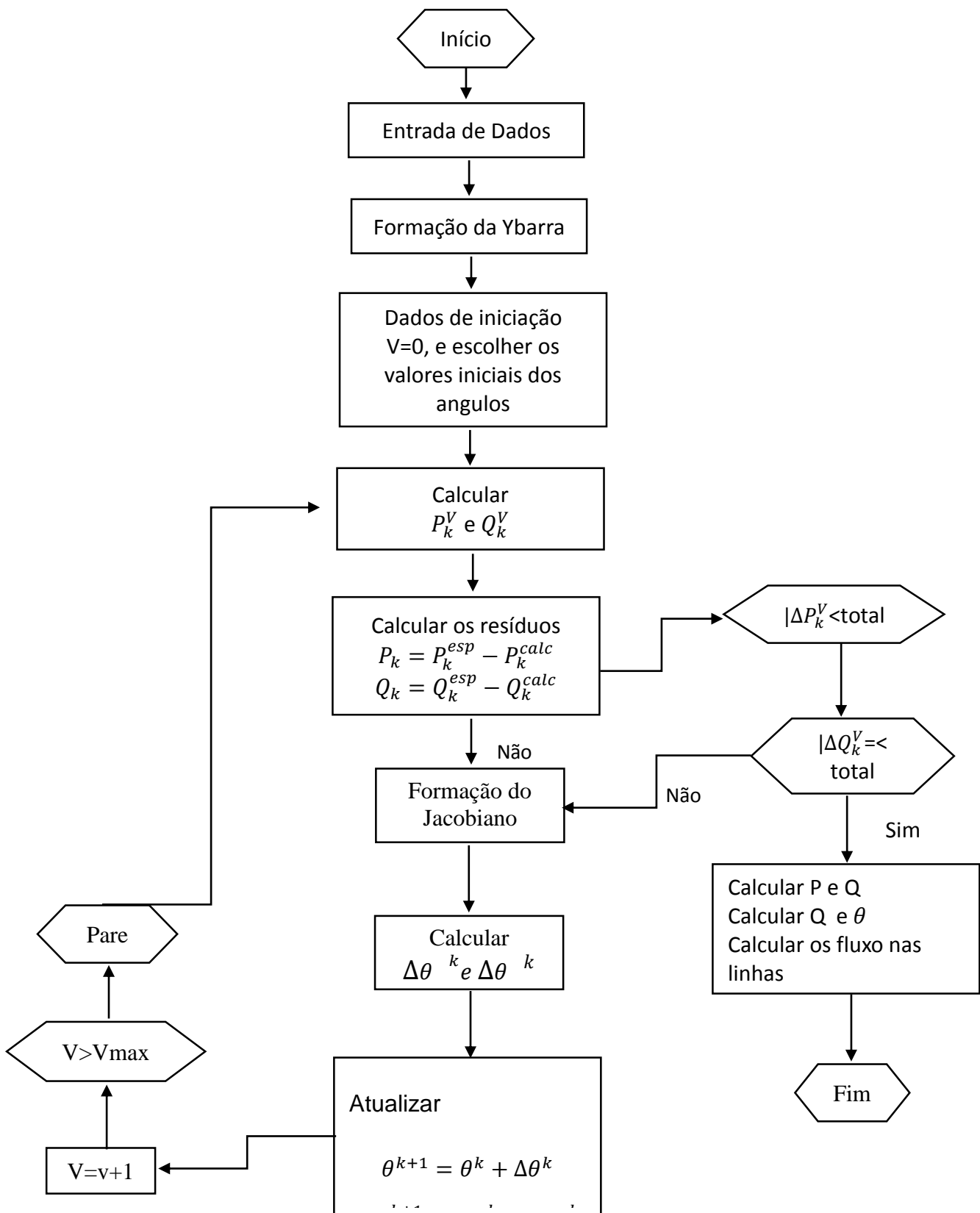


Figura 6. Fluxograma do algoritmo de Newton Raphson (Fonte: MONTICELLI, 1975).

## **Parte III**

# **Regulação de Tensão**

#### 4. REGULADORES DE TENSÃO NA REDE DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Este capítulo apresenta o que é a regulação de tensão, e como ela pode afetar o sistema de distribuição de energia elétrica, buscou-se informar por meio de resoluções o nível adequado de tensão permitido pelo órgão regulador, e como o sistema é dependente dele.

O principal objetivo da regulação de tensão é apresentar os valores de tensão mínimos e máximos necessários para o correto funcionamento de todas as cargas de um sistema elétrico durante todo o período de funcionamento, minimizando a variação da tensão que ocorre com a variação da carga. Isto é necessário pois cada equipamento elétrico deve ser desenvolvido para que opere dentro de uma determinada faixa de valores em torno da sua tensão nominal. A queda e variação de tensão existente ao longo do alimentador, conforme seu carregamento, produz uma variação na tensão total e conseqüentemente no valor da tensão entregue à rede (GÖNEN et al, 1986).

Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) em 2015, os níveis considerados adequados, precários ou críticos para a tensão. Este quesito é regulado pela Resolução ANEEL 505, de 26 de Novembro de 2001, a qual “estabelece de forma atualizada e consolidada as disposições relativas à conformidade dos níveis de tensão em regime permanente”.

A resolução 505/2001 da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), estabelece os limites de tensão de fornecimento para consumidores de cada nível de tensão. A resolução também estabelece punições para as concessionárias no caso destas violarem os níveis estabelecidos. Portanto, o controle do perfil de tensão da rede elétrica é de extrema importância para as concessionárias de energia.

Tabela 2: Níveis de Tensão,(Fonte: ALMEIDA,2007).

Classificação da Tensão de Atendimento (TA)	Faixa de Variação da Tensão de Leitura, em relação à Tensão Contratada (TC)
Adequada	$0,95 \leq TL \leq 1,05$
Precária	$0,90 TC \leq TL < 0,93 TC$
Critica	$TL < 0,90 TC$ ou $TL > 1,05 TC$



O problema mais comum na área de distribuição deve-se à componente da corrente devido ao fluxo de potência reativo da rede. Como a potência reativa não realiza trabalho, as perdas decorrentes desta componente da corrente elétrica tornam o rendimento da rede a razão entre potência ativa consumida na carga e a potência ativa fornecida pelo alimentador pequeno (GALLEGO, 2001).

A componente de corrente devida ao fluxo de potência reativa acaba por limitar o número de cargas conectadas ao mesmo circuito, pois a presença de novas cargas aumenta o carregamento da rede, aumentando ainda mais a queda de tensão, podendo se ultrapassar os limites estabelecidos (GALLEGO, 2001).

Assim neste trabalho a faixa adequada será definida pelos limites mínimo e máximo de 0,95 e 1,05 pu, respectivamente. Para a regulação dessa tensão é utilizado banco de capacitores na rede de distribuição, para garantir que as tensão fiquem dentro dos limites estabelecidos.

## 5. ALOCAÇÃO DE BANCO DE CAPACITORES

Este capítulo apresenta a alocação do banco de capacitores e sua operação no sistema de distribuição de energia elétrica, busca-se instalar o banco de capacitores para abaixar os níveis de potência reativa na rede, para manter as tensões dentro dos limites adequados de operação. O banco de capacitores viabiliza o controle dessa tensão, eles não armazenam energia, utiliza-se quando for necessário, controlando as perdas de energia. O capítulo cinco apresenta o que é o banco de capacitores, a operação no sistema e os tipos existentes.

### 5.1 BANCO DE CAPACITORES

Esta seção apresenta o que é um banco de capacitores, o que eles alteram no sistema e como pode ser feito o controle das tensões nos barramentos da rede.

Capacitores são elementos elétricos passivos, que armazenam energia por meio de um campo elétrico. São formados por duas placas carregadas eletricamente e separadas por um material dielétrico isolante. Os capacitores não geram energia, consomem em certas condições a energia elétrica do sistema a que estão ligados, armazenando-as e, quando oportuno, devolvem esta energia ao sistema.

No sistema de potência é a compensação da energia reativa produzida por cargas indutivas ou reatâncias linhas. A quantidade de compensação fornecida está relacionada à localização dos capacitores nos sistemas de distribuição (ALVES,2005).

Um banco de capacitores é formado pela associação de vários elementos série e paralelo, para obtenção de uma capacitância capaz de fornecer a potência desejada e operar nos níveis de tensão e corrente do sistema elétrico em que se insere (ALVES,2005).

Capacitores em série procuram reduzir as quedas de tensão causadas pelas reatâncias indutivas. Embora aumentem as tensões, os capacitores em série não proporcionam correção do fator de potência na mesma proporção que os capacitores em paralelo.

Para aplicação em sistemas de distribuição os capacitores são instalados em paralelo *shunt*, fornecendo energia reativa e capacitiva ao sistema, aumentando o

fator de potência e contribuindo significativamente para a redução de perdas e melhoria nos níveis de tensão (ALMEIDA,2007).

Os capacitores aplicados em sistemas de distribuição estão geralmente localizados ao longo de alimentadores de distribuição ou nas subestações. A sua utilização está focada na correção do fator de potência local, destacando que os bancos podem ser fixos ou automáticos, dependendo das condições da carga.

De maneira geral, os bancos fixos são dimensionados para correção do fator de potência com condições de carga leve, e os bancos automáticos são adicionados nos períodos de cargas médias pesadas do sistema.

Na alocação de bancos de capacitores, os efeitos sobre perdas e perfil de tensão da rede dependem tanto do ponto de inserção do banco como também da potência instalada. Os bancos de capacitores alocados alteram o fluxo de potência de forma que as tensões sejam reestabelecidas. Os capacitores são alocados onde as tensões estão com picos de variação, ultrapassando os limites pré estabelecidos.

A quantidade de compensação fornecida está relacionada à localização dos capacitores no sistema caso uma barra se encontre com tensão muito elevada, equipamentos da subestação ou do consumidor final podem ser danificados (ALMEIDA, 2007). Por outro lado, se a tensão estiver baixa, alguns componentes da eletrônica de potência e motores podem não funcionar corretamente. Por essas razões é necessário manter as tensões nos limites aceitáveis.

Para reparar as tensões que se encontram fora dos limites adequados, os bancos de capacitores são alocados nas barras onde as tensões estão variando entre máximas e mínimas, assim o banco de capacitores controla e restabelece os valores desejáveis de tensão.

Na metodologia proposta a localização, quantidade e a capacidade, que deve ser instalada de bancos de capacitores é realizada por meio da programação linear, utilizando como fonte de cálculo o algoritmo SIMPLEX.

### 5.1.1 Esquema de ligação

Capacitores podem ser instalados no sistema de distribuição de duas formas paralelo com as cargas ou em série com as linhas.

Os capacitores em paralelo procuram atingir benefícios que mostrem a sua utilidade, este tipo de ligação permite a correção do fator de potência, injetando adequadamente os reativos nos pontos da instalação, assim viabiliza o controle da tensão na rede (ALMEIDA,2007).

Capacitores em série reduzem as perdas causadas por reatâncias indutivas. Embora ajustam o aumento de tensão, não proporcionam a correção do fator de potência, como os capacitores em paralelo, e as correntes não são reduzidas, logo as perdas técnicas de energia é um pouco significativa (ALMEIDA,2007).

### 5.1.2 Tipos de Operação

Esta seção apresenta o tipo de operação dos capacitores e como tem que ser instalados para evitar perdas no sistemas.

Existem dois tipos de capacitores, os fixos e os automáticos. Os bancos fixos ficam sempre ligados à rede e os automáticos são ligados e desligados por meio de relés de comando, quando necessário.

Algumas precauções devem ser tomadas para se operar os bancos (ALMEIDA,2007).

- Transformadores de potência nas subestações e bancos carregados não devem ser carregados simultaneamente, quando o sistema esta sendo estabelecido após uma falta de energia.
- Para evitar transientes de sobretensão perigosos no caso de interrupção de fornecimento de energia, os bancos devem ser desligados.

## 5.2 TIPO DE CAPACITORES

Esta seção apresenta os tipos de capacitores existentes no mercado, identificando o melhor modelo a ser utilizado para o problema.

### 5.2.1 Banco de Capacitores Automáticos

Nas situações de campo, tem-se ao longo do dia a solicitação de potência reativa que varia muito no decorrer do dia, então a entrada de banco de capacitores em operação causa um aumento da tensão na rede, essa tensão tem que ser controlada, pois em cargas leves pode causar sérios problemas a rede. Como também é inviável a colocação e retirada desses equipamentos por operação manual diariamente, os bancos são então acoplados por meio de controle automático, que comandam operação de liga e desliga conforme o dispositivo de sensores de controle. A lógica usada para o controle automático de banco de capacitores consiste na simples comparação de uma grandeza do sistema com valores limites ajustados. Os bancos podem estar ajustados para grandezas de tensão e correntes para serem ligados e desligados quando necessário (ALMEIDA,2007).

### 5.2.2 Banco de capacitores fixos

Os capacitores são instalados junto às cargas, ligados diretamente nos barramentos. A injeção de energia reativa é fixa, independe da carga e tem como principais características: baixo custo, impossibilidade de controle e, possibilidade de sobretensões, devido à sobrecompensações em período de baixa carga (ALMEIDA,2007).

## 6 PROGRAMAÇÃO LINEAR

Este capítulo é referente a programação linear, apresentando como fonte de cálculo o algoritmo de otimização SIMPLEX, que foi simulado no software Matlab®. Apresenta o modelo matemático da programação linear e a alocação de banco de capacitores para regulação de tensão. Por meio da programação linear foi possível verificar quantos bancos de capacitores são necessários para restabelecer a tensão nos barramentos.

### 6.1 DEFINIÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Esta seção apresenta o modelo matemático para a programação linear, explicando como é utilizado, e apresentando o cálculo realizado para obtenção do resultado.

Nos modelos de Programação Matemática estão incluídos os modelos de Programação Linear e Programação não Linear. Estes modelos são determinísticos não dando lugar a estimativas ou previsões. Dessa forma, os modelos de Programação Linear incluem modelos de Programação Linear Inteira, Programação Linear não Inteira e Programação Linear Mista (HILL,2009).

A Programação Linear consiste no tratamento de problemas de maximização ou minimização de uma função linear satisfazendo um certo número de restrições que são traduzidas por meio de condições lineares (HILL,2009).

O termo linear significa que todas as funções matemáticas do modelo são, obrigatoriamente, funções lineares. Assim, podemos definir a programação linear como sendo o planejamento de atividades para obter um resultado ótimo, isto é, um resultado que atenda, da melhor forma possível, um determinado objetivo. Embora alocação de recursos para atividades seja o tipo mais comum, Programação Linear tem numerosos outros tipos de aplicação.

Nas relações lineares, todos os termos consistem em apenas uma variável contínua elevada à primeira potência, como mostrado nas Equações 6.1 e 6.2 (KAGAN,2009).

$$f(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad (6.1)$$

onde  $x \in \mathfrak{R}^n$

$$a_i \in \mathcal{R}, i=1, \dots, n \quad (6.2)$$

O problema clássico de programação linear consiste na alocação de recursos limitados a atividades de competição, de forma ótima. A definição do problema tem como meta estabelecer relações necessárias para que a decisão seja tomada com máxima racionalidade. As etapas de definição do problema matemático são:

- Escolha de variáveis de decisão: as variáveis de decisão são aquelas que geralmente fornecem a solução do problema imediato: na programação linear, será formada por um vetor de variáveis,  $x \in \mathcal{R}^n$ , com  $X = x_1 x_2$ .
- Função objetivo: no processo de tomada de decisão deseja-se, em geral, otimizar um objetivo que consiste, por exemplo, em maximizar o lucro, ou um certo índice de qualidade, ou minimizar os custos. Na programação linear, esses objetivos devem ser apresentados através de relações lineares das variáveis de decisão do problema.
- Espaço de soluções: o espaço de soluções é delimitado por meio de um conjunto de equações e inequações lineares, denominadas de restrições do problema.

Para a resolução do problema de programação linear é necessário que se tenham algumas restrições que são representadas pela Equação 6.3:

$$g_i = a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + \dots + a_{nj}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_j, j=1, \dots, m \quad (6.3)$$

A forma geral de um problema de Programação Matemática pode ser dada pela Equação 6.4.

$$\max \{ f(x) = X \in S \subset \mathcal{R}^n \} \quad (6.4)$$

sendo S a região admissível geralmente determinada por (Eq. 6.5)

$$S = \{ X | g_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m \} \quad (6.5)$$

Esta forma não restringe o problema, uma vez que é possível escrever desta maneira qualquer problema de otimização de  $f(x)$  sujeita a condições.

No caso em que as funções  $f$  e  $g$  para  $i = 1, m$  são lineares, então o problema é de Programação Linear. O problema típico tem a forma (Eq. 6.6.)

$$\max \{c x \mid Ax \leq b, x \geq 0\} \quad T \quad (6.6)$$

em que  $c \in R^n$ ,  $b \in R^n$  e  $A \in R^{m \times n}$ .

A função  $f$  designa-se por função objetivo, as condições a que vai ser sujeita designam-se por restrições e  $x$  é o vetor das variáveis de decisão. Os problemas de otimização têm aplicação prática em áreas tão diversas como a Física, Engenharia e Economia. Deve salientar que o modelo de Programação Linear não se pode aplicar a todas as situações. A formulação de um problema deste tipo está condicionada à verificação das hipóteses de proporcionalidade, divisibilidade, aditividade e linearidade da função objetivo assim como das restrições. Nos casos em que a situação real não permite a aplicação do modelo de Programação Linear é geralmente possível simplificar ou alterar a sua descrição de modo a criar as condições da aplicabilidade desse modelo (KAGAN,2009).

## 6.2 ALGORITMO SIMPLEX

Esta seção apresenta o algoritmo de otimização SIMPLEX, relatando um pouco da sua história e mostrou-se a eficácia do método, alocando o banco de capacitores, por meio desse algoritmo é possível calcular quantos bancos de capacitores é necessário em cada barramento, e observou-se com essa instalação a tensão que estava fora dos limites admissíveis de 0.95 e 1,05 pu.

O algoritmo SIMPLEX foi criado por George Dantzig em 1947. Ele possibilitou a resolução de muitos problemas de programação linear. O uso mais comum do SIMPLEX é maximizar um resultado, ou seja, encontrar o maior valor possível para um total.

O Método SIMPLEX é uma técnica utilizada para se determinar, numericamente, a solução ótima de um modelo de Programação Linear. Será desenvolvido inicialmente para problemas de programação linear na forma padrão, mas com as seguintes características para o sistema linear de equações (KAGAN,2009):



- Todas as variáveis são não-negativas.
- Todos os 'bi' são não-negativos.
- Todas as equações iniciais do sistema são do tipo " $\leq$ ". Assim, na forma padrão, só se encontram variáveis de folga (KAGAN,2009).

A resolução do algoritmo na sua forma canônica matricial é apresentada pelas Equações 6.7 à 6.9 (KAGAN,2009).

$$\max cx \quad (6.7)$$

sujeito a

$$Ax \leq b \quad (6.8)$$

$$x \geq 0 \quad (6.9)$$

onde 'c' representa o vetor coeficiente da função objetivo linear, a matriz A contém os mesmos coeficientes de 'm' restrições lineares do problema e b é o vetor de termos bem conhecidos (KAGAN,2009).

A primeira etapa consiste na construção básica do problema na forma canônica, e pode ser obtida diretamente por meio do acréscimo de variáveis residuais para cada uma das restrições do tipo menor ou igual (Eq. 6.10 à 6.13) (KAGAN,2009).

$$\max cx \quad (6.10)$$

sujeito às restrições

$$Ax + Ix_r = b \quad (6.11)$$

$$x \geq 0 \quad (6.12)$$

.

$$x_r \geq 0 \quad (6.13)$$

A solução básica consiste em assumir que todas as variáveis formam um vetor nulo  $x$ . Essa afirmativa é válida desde que o vetor  $x$  nulo pertença à região viável, ou seja, as variáveis que formam a solução serão as próprias variáveis residuais do problema. O método SIMPLEX consiste em se movimentar de vértice em vértice da região viável até que seja comprovado que a função objetivo não possa sofrer melhorias, ou seja o ótimo foi alcançado (KAGAN,2009).

### 6.2.1 Exemplo ilustrativo

Esta seção apresenta um exemplo de como funciona o algoritmo SIMPLEX, tem-se uma resolução matemática e a abaixo a simulação utilizando o software Matlab®, apresentado os resultados precisos desse problema.

#### Exemplo - Maximização de Produção de Energia

É apresentado um problema didático da engenharia elétrica, onde foram aplicados os conceitos da programação linear. Considere o seguinte problema (KAGAN,2009).

“Um produtor independente dispõe de 2 unidades de geração, que podem ser conectadas ao sistema elétrico em pontos distintos, para a venda do excedente de energia elétrica que são capazes de produzir. Tanto os custos de produção, quanto as tarifas negociadas para a venda de energia são distintos para os 2 geradores. O produtor deseja vender o máximo possível de energia, seguindo entretanto seu plano de negócios, que não permite gastar acima de um valor pré estabelecido para a produção de energia.

Tabela 3: Dados do problema.( Fonte:KAGAN,2009).

	<b>Gerador 1</b>	<b>Gerador 2</b>
<b>Capacidade de produção(MWh)</b>	5.000	7.000
<b>Custo de produção (R\$/MWh)</b>	50	100
<b>Tarifa de Venda (R\$/MWh)</b>	90	120
<b>Máximo custo de produção total (R\$)</b>	800.000	

A formulação do problema de programação linear correspondente ao problema, na qual  $x_1$  representa a energia vendida pelo Gerador 1 e  $x_2$ , é dado por:

$$\text{Max } Z = 90x_1 + 120x_2$$

Restrições:

$$x_1 \leq 5.000$$

$$x_2 \leq 7.000$$

Sendo que :

$$50x_1 + 100x_2 \leq 800.000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

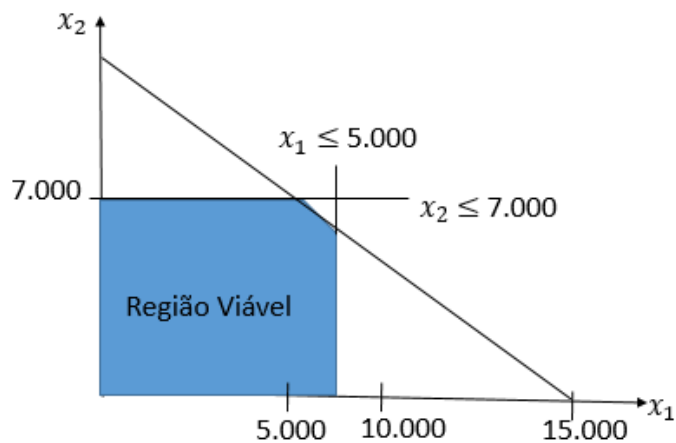


Figura 7. Representação do problema de programação linear (Fonte:KAGAN,2009).

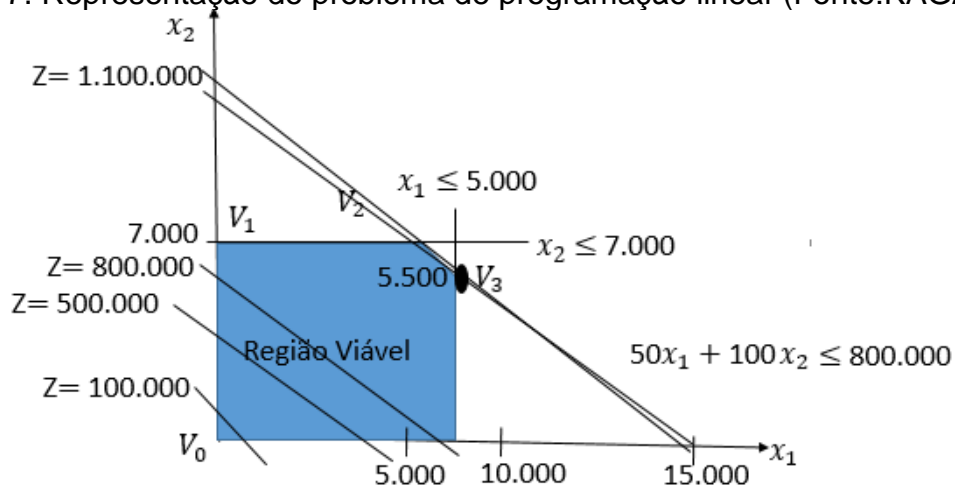


Figura 8. Solução do problema de programação linear (Fonte:KAGAN,2009).

A região viável de possíveis soluções do problema, ou seja, região onde todos os valores de  $x_1$  e  $x_2$  atendem ao conjunto de restrições estabelecidas. A figura 8 representa a solução do problema, na qual diversas retas apresentam valores da

função objetivo. A reta de máximo valor é a que tangencia a região viável em um vértice correspondente a solução ótima do problema (KAGAN,2009).

Ou seja a solução do problema é  $Z=1.100.000$ ,  $x_1=5.000$ ,  $x_2=5.500$ , com as figuras é possível observar que a solução ótima para o produtor é utilizar a capacidade máxima do gerador 1 ( $x_1=5.000$ ), que tenha custo de produção menor (50R\$MWh) e uma margem de lucro na maior venda (Margem=Tarifa de venda-Custo de produção). A produção do gerador 2 ( $x_2=5.500$ MWh) é menor que sua capacidade máxima (7.000MWh) devido á restrição do máximo custo de produção total R\$ 800.000.

Este mesmo problema pode ser resolvido pelo algoritmo SIMPLEX facilitando a resolução e encontrando de maneira mais eficaz a solução ótima.

A resolução do problema pelo método de programação linear pelo algoritmo SIMPLEX, foi simulado no software Matlab®, apresentando resultados esperados, ou seja confirmando que o método é eficaz para o cálculo desse tipo de problemas.

O programa no qual foi realizado o cálculo é apresentado abaixo, onde para se maximizar as funções é levado em conta a margem das tarifas, que são apresentadas assim a margem da tarifa de  $x_1 = 90 - 50 = 40$ ,  $x_2 = 120 - 100 = 20$  ou seja as variáveis de decisão são apresentadas pela função da margens das tarifas é (40,20), mas o SIMPLEX é um algoritmo de maximização, então no programa eles tem que entrar com essas variáveis com valores negativos para se ter o máximo desse função. A matriz A apresenta o custo da produção dos geradores, onde é representada pela equação  $50x_1+100x_2 \leq 800.000$  e b o valor máximo do custo que deve ser obtido para toda a produção  $x_1+x_2 \leq 800.000$ , lb e ub, apresentam os limites que devem ser obedecidos para a resolução do sistema, ou seja o sistema se restringe nesses dois valores, onde ub é a matriz dos zeros. Assim é apresentada a função linprog como método de cálculo do próprio algoritmo SIMPLEX. Após realizar a simulação, observa-se que os valores gerados pelo programa.

Programa que apresenta a resolução do problema de programação linear.

```
#####
#####
SIMPLEX
#####
#####

clc, close all; clear all;
    %escolhendo simplex como algoritmo padrão para a função
linprog()
    options = optimoptions('linprog','Algorithm','simplex')

    f= [-40;-20]; Variáveis de decisão do problema ,apresentado pela
Margem de tarifas = Tarifa -Custo.
    A= [50 100]; custo de produção dos geradores
    b= [800000]; valor máximo obtido
    lb=zeros(2,1); Matriz dos zeros
    ub=[5000;7000]; restrições do problema.
    X0=0;

    [x,fval,exitflag,output,lambda] =
linprog(f,A,b,[],[],lb,ub,X0,options)
```

Com os resultados obtidos pelo programa, observa-se que os resultados são os mesmo, apresentando que o método de programação linear juntamente com o algoritmo SIMPLEX como fonte de dados é um modelo ótimo de resolução para problemas dessa natureza.

$$X = 5000$$

$$5500$$

### 6.3 MODELAGEM DOS CÁLCULOS DE ALOCAÇÃO DO BANCO DE CAPACITORES

Esta seção apresenta a modelagem da alocação do banco de capacitores, para controle das tensões da rede elétrica, onde busca-se calcular a posição correta e a quantidade de capacitores necessário para controle das tensões na rede apresentada.

Uma rede cuja distribuição de energia elétrica, esteja passando por problemas de regulação de tensão, ou seja, os valores estejam abaixo do estabelecido, é necessário utilizar de métodos que melhoram o perfil dessa tensão. Então busca-se uma forma de alocar banco de capacitores na rede, de forma a garantir que a tensão em todas as barras fique dentro da faixa de valores admissíveis.

No presente trabalho utiliza-se como hipótese que os níveis de tensão podem ser determinados pela programação linear, após a apresentação do fluxo de potência pelo Método de Newton Rphson apresentado no capítulo 3, verificou-se as tensões abaixo do níveis adequados, nessa premissa é utilizado banco de capacitores para controle das tensões do sistema. As Figuras 7 e 8 apresentam a forma na qual será apresentada a alocação desse banco de capacitores.(KAPLAN,2009).

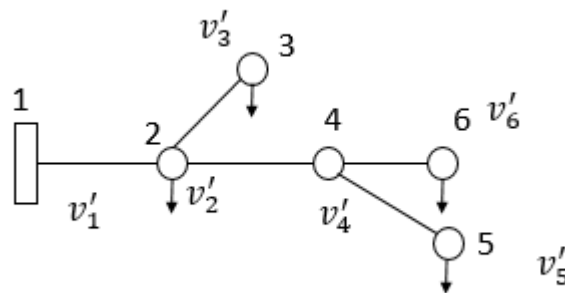


Figura 9. Rede sem capacitores (Fonte:KAPLAN,2009).

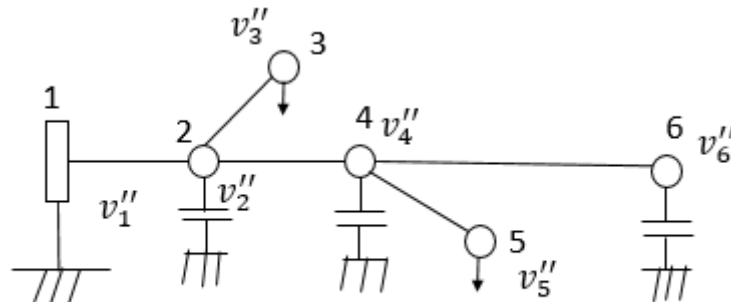


Figura 10 . Rede só com capacitores (Fonte:KAPLAN,2009).

Logo, para uma barra qualquer 'i', a tensão resultante é observada da seguinte forma. (Eq. 6.11) (KAPLAN,2009).

$$V_i = V'_i + V''_i \quad (6.11)$$

A rede pode ser calculada por qualquer modelo de fluxo de potência, para a alocação ótima de banco de capacitores, podendo ser tratada como a matriz impedância nodal, que relaciona as tensões nodais com as correntes injetadas por meio do banco de capacitores. Então é apresentada a seguinte matriz (KAPLAN,2009).

$$\begin{bmatrix} V'_1 \\ \vdots \\ V'_i \\ \vdots \\ V'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} \dots & Z_{1i} \dots & Z_{1n} \\ Z_{i1} \dots & Z_{ii} \dots & Z_{in} \\ Z_{n1} \dots & Z_{ni} \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{cap,1} \\ I_{cap,i} \\ I_{cap,n} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Quando se realiza o produto do elemento da matriz impedância  $Z_{ij}$  por uma corrente injetada por um banco de capacitor, o valor de  $I_{cap,j}$  é encontrado a partir da Equação 6.13 (KAPLAN,2009).

$$Z_{ij}.I_{cap,j} = (R_{ij} + jX_{ij}) (-jI_{cap,j}) = X_{ij}I_{cap,j} - jR_{ij}I_{cap,j} \quad (6.13)$$

Resolvendo esse produto, é possível observar que a parcela  $V''_i$  tem uma componente real muito maior que a imaginária e próxima de 1 pu, então pode ser desprezada a parte imaginária  $jR_{ij}I_{cap,j}$  (KAPLAN,2009). Diante desses conceitos, podem ser formulados os problemas de programação linear que diminuem o custo dos bancos de capacitores com a injeção de correntes capacitivas nos barramentos, assim é possível estabelecer os limites mínimos e máximos para as tensões de todas as barras da rede (Eq. 6.14 e 6.15) (KAPLAN,2009).

$$\min \sum_{i=1}^n I_{cap,i} \quad (6.14)$$

$$V_i = V'_i + \sum_{i=1}^n I_{ij}I_{cap,i} \leq V_{max} \quad (6.15)$$

A fórmula também pode ser escrita de acordo com as Equações 6.16 à 6.19 (KAPLAN,2009).

$$\min \sum_{i=1}^n I_{cap,i} \quad (6.16)$$

$$V_i - \sum_{i=1}^n I_{ij}I_{cap,i} = 0, i = 1, \dots, n \quad (6.17)$$

$$V''_i \geq V_{min} - V'_i \quad (6.18)$$

$$V''_i \leq V_{máx} - V'_i \quad (6.19)$$

Para realização desses cálculos, foram admitidos valores mínimos de tensão de 0,95 e valores máximos de tensão de 1,05, logo tem-se as correntes capacitivas nos barramentos. É possível observar que as correntes que apresentam valores nulos não possuem necessidade de banco de capacitores, já as correntes com valores positivos mostram que as tensões estão abaixo dos limites máximos e mínimos,

necessitando do banco de capacitores cuja a potência reativa pode ser aproximada pelo valor da corrente injetada, em pu. Esses cálculos foram realizados por meio do algoritmo SIMPLEX, no *software Matlab®*, dando mais eficácia aos resultados.

É necessário verificar quantas unidades de banco de capacitores devem ser instaladas em cada barra. Esse número é a relação entre a potência reativa determinada pelo modelo e a potência nominal da unidade padrão. A potência nominal utilizada no presente trabalho para unidade padrão é de 300KVar.



# IV

## Resultados

## 7. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações no *software* Matlab®, de um sistema teste com cinco barramentos e sete linhas de transmissão . O objetivo destas simulações é avaliar o comportamento das variáveis do sistema de potência na ocorrência de perturbações do sistema com aumento de reativos na rede, e propor uma solução para controle dessa tensão.

A análise do fluxo de potência em uma rede de energia elétrica consiste em determinar os fluxos de potências ativa e reativa, grandeza e sentido da direção, as tensões nas barras, módulo e ângulo e outras grandezas de interesse. Esses estudos são usados no planejamento do sistema e planos de expansão para o sistema de potência.

O setor elétrico tem prioridade em fornecer energia de qualidade a população, então preocupa-se muito com a continuidade do serviço, já que fica evidente que qualquer interrupção do fornecimento implicará em transtornos de toda ordem, então para evitar que esses transtornos ocorram, que surgiu a necessidade de instalação do banco de capacitores para regular as tensões ativas e reativas na rede, para que as tensões permaneçam nos limites necessários de operação.

Dessa forma o objetivo desse trabalho é trazer um exemplo de um problema que ocorre no sistema elétrico, para mostrar como o sistema pode ser afetado por essas variações de tensões de potências ativas e reativas. O problema será formulado por equações e inequações algébricas, apresentados pelo método de Newton Rapshon, após verificar os barramentos com tensões abaixo dos limites estabelecidos, é então apresentado a alocação de banco de capacitores para controle dessas tensões do sistema, a localização, a capacidade e o tipo de banco a ser utilizado, é calculado por meio da programação linear, utilizando como fonte de cálculo o algoritmo SIMPLEX, quanto as simulações foram desenvolvidos no *software* Matlab®, em um ambiente integrado proporcionando resultados precisos. A análise numérica dos sistemas de energia elétrica é, preferencialmente realizada com valores por unidade, a grande vantagem de usar esses valores é que os resultados podem ser comparados facilmente. A tensão terminal no cálculo de fluxo de potência é igual a unidade, independentemente se é considerada a tensão entre fases ou fase-neutro. Além disso, os valores procurados devem estar em torno da unidade para a operação normal do sistema. Adicionalmente os cálculos de potência tornam-se independentes

de magnitudes monofásicas ou trifásicas. Dessa forma, a comparação dos resultados, envolvendo diferentes níveis de tensão torna-se mais fácil e transparente.

### 7.1 EXEMPLO DE PROBLEMA DE REGULACAO DE TENSÃO NO SISTEMA ELÉTRICO

A execução do fluxo de potência permite a extração de informações sobre o tráfego de potência nas linhas de transmissão, a geração e consumo de potência ativa e reativa na geração e nas cargas, a potência reativa nos transformadores, bem como o perfil da tensão nas barras do sistema. A informação sobre o perfil de tensão é de grande importância para a verificação da possibilidade de alocação de equipamentos reatores de linha e de barra, compensação síncrona e série que melhoram esse perfil. Dessa forma o sistema teste em estudo prevê inicialmente a análise da regulação da tensão das barras, apenas manuseando o binômio geração/consumo.

A utilização de banco de capacitores na rede de distribuição para melhoria da tensão é um método bastante eficaz. O sistema em estudo foi simulado por meio do *software Matlab®*, utilizando a programação linear como método de análise para indicar em quais barramentos a tensão está abaixo dos limites acessíveis de operação, para que sejam alocados bancos de capacitores, com intuito de regularizar os níveis de tensão e permitir uma melhor eficiência na energia transmitida. O limite adequado de níveis de tensão fica entre 0,95 e 1,05 pu.

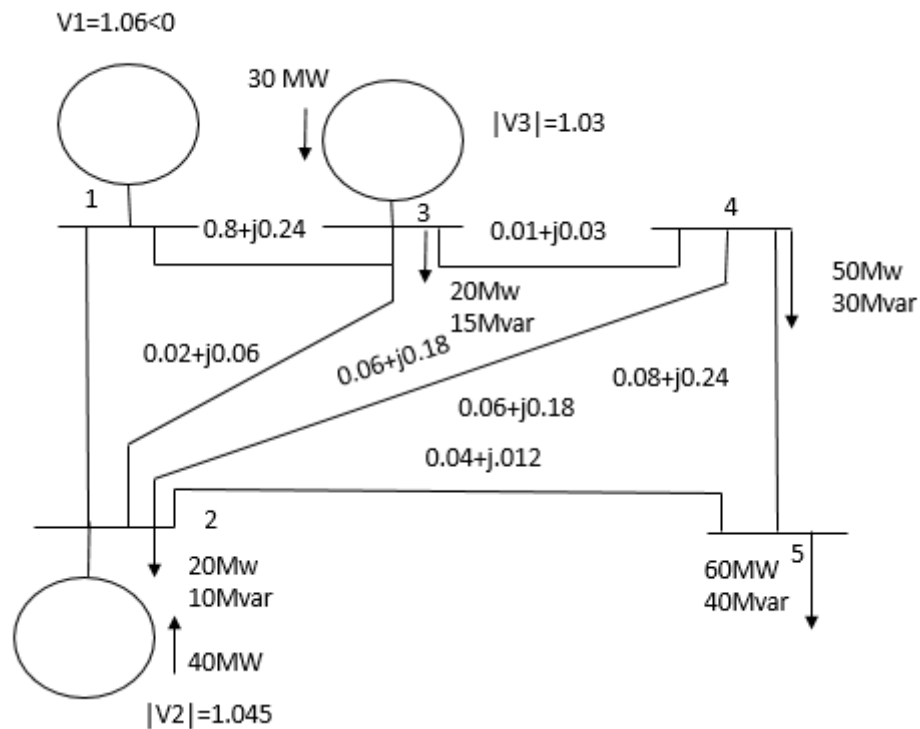


Figura 11. Sistema teste em estudo.

O problema inicia-se com a matriz de linha em pu, onde buscou-se selecionar todas as linhas do sistema, com seus respectivos dados, resistências, logo após foi calculado a matriz de impedância, e a matriz admitância, b-shunt imaginário, então começou-se o processo de construção dos elementos das diagonais.

Dessa forma criou-se a tabela dos dados da barra, onde tem-se o tipo da barra, a barra, a tensão que está nessa respectiva barra, as potências ativa e reativa geradas e as potências ativa e reativas consumidas. Após ter conhecimento sobre os dados da barra, é criado a matriz da admitância da barra. O código que permite apresentar esses resultados se encontra no Apêndice A.

Tabela 4. Dados das barras (pu). (Fonte: Autor)

Barra	Tipo	V	Fase	Pger	Qger	P constante	Q constante
1	1	1.050	0	0.0	0.0	0.0	0.00
2	2	1.045	0	0.4	0.0	0.2	0.10
3	2	1.030	0	0.3	0.0	0.2	0.15
4	3	1.000	0	0.0	0.0	0.6	0.40
5	3	1.000	0	0.0	0.0	0.6	0.40

## Matriz da Rede (Y barra)

$0.4135 + 0.0366i$	$0.4018 + 0.0039i$	$0.3937 - 0.0164i$	$0.3923 - 0.0200i$	$0.3939 - 0.0165i$
$0.4018 + 0.0039i$	$0.4080 + 0.0221i$	$0.3940 - 0.0157i$	$0.3932 - 0.0180i$	$0.3987 - 0.0040i$
$0.3937 - 0.0164i$	$0.3940 - 0.0157i$	$0.4119 + 0.0317i$	$0.4089 + 0.0226i$	$0.3943 - 0.0154i$
$0.3923 - 0.0200i$	$0.3932 - 0.0180i$	$0.4089 + 0.0226i$	$0.4154 + 0.0416i$	$0.3960 - 0.0107i$
$0.3939 - 0.0165i$	$0.3987 - 0.0040i$	$0.3943 - 0.0154i$	$0.3960 - 0.0107i$	$0.4219 + 0.0596i$

Com a matriz da rede é possível observar os valores das admitâncias, como foi ressaltado na teoria, os valores a serem utilizados para os cálculos das correntes capacitivas, são os valores reais da matriz admitância, assumindo que os valores imaginários são muito pequenos. Assim é possível obter os valores das correntes capacitivas, apresentando as tensões que estão abaixo dos níveis admissíveis, e ressalta-se a necessidade de alocar banco de capacitores para regular a tensão nesses barramentos. O cálculo foi realizado no algoritmo SIMPLEX, onde insere os valores máximo e mínimo desejáveis para o sistema.

Buscou-se uma forma mais eficaz para determinação das correntes capacitivas onde foi realizado trinta interações nos pontos da rede, apresentando as correntes em cada ponto. As correntes nulas mostra-se que não tem necessidade de utilização

do banco de capacitores, já as correntes positivas apresentam uma perturbação de tensão e assim a necessidade de alocação do banco de capacitores, para restabelecer a tensão do sistema. Observa-se na (Tab. 5) que a rede está com grande perturbação, quase todos os pontos com correntes capacitivas positivas, sugerindo o controle adequado para cada barramento. O código que relata os resultados são apresentados no Apêndice A.

Tabela 5. Simulação das correntes capacitivas (Fonte: Autor)

<b>Correntes Capacitivas</b>					
<b>Corrente 1</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0246	0.0288
<b>Corrente 2</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0251	0.0031
<b>Corrente 3</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0258	0.0359
<b>Corrente 4</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0265	0.0388
<b>Corrente 5</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0050	0.0403
<b>Corrente 6</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0272	0.0418
<b>Corrente 7</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0275	0.0433
<b>Corrente 8</b>	0.000	0.0050	0.0200	0.0279	0.0448
<b>Corrente 9</b>	0.0000	0.0050	0.0200	0.0282	0.0464
<b>Corrente 10</b>	0.0009	0.0361	0.0269	0.0119	0.0571
<b>Corrente 11</b>	0.0019	0.0162	0.0312	0.0410	0.0634
<b>Corrente 12</b>	0.0052	0.0206	0.0356	0.0459	0.0698
<b>Corrente 13</b>	0.0087	0.0251	0.0401	0.0509	0.0763
<b>Corrente 14</b>	0.0019	0.0162	0.0312	0.0410	0.0634
<b>Corrente 15</b>	0.0052	0.0206	0.0356	0.0459	0.0698
<b>Corrente 16</b>	0.0087	0.0251	0.0401	0.0509	0.0763
<b>Corrente 17</b>	0.0117	0.0296	0.0446	0.0560	0.0829
<b>Corrente 18</b>	0.0147	0.0342	0.0492	0.0611	0.0897
<b>Corrente 19</b>	0.0180	0.0389	0.0539	0.0664	0.0965
<b>Corrente 20</b>	0.0215	0.0437	0.0587	0.0717	0.1035
<b>Corrente 21</b>	0.0215	0.0437	0.0587	0.0772	0.1106
<b>Corrente 22</b>	0.0287	0.0535	0.0685	0.0828	0.1179
<b>Corrente 23</b>	0.0327	0.0586	0.0736	0.0885	0.1253
<b>Corrente 24</b>	0.0366	0.0638	0.0789	0.0944	0.1330

<b>Corrente 25</b>	0.0404	0.0691	0.0843	0.1004	0.1407
<b>Corrente 26</b>	0.0438	0.0746	0.0897	0.1064	0.1487
<b>Corrente 27</b>	0.0461	0.0801	0.0953	0.1127	0.1569
<b>Corrente 28</b>	0.0465	0.0859	0.1011	0.1192	0.1653
<b>Corrente 29</b>	0.0551	0.0919	0.1069	0.1257	0.1740
<b>Corrente 30</b>	0.0765	0.0980	0.1130	0.1325	0.1829

## 7.2 RESULTADOS OBTIDOS

### 7.2.1 Tensões abaixo dos níveis permitidos

Nesta seção é apresentado os resultados obtidos por meio da simulação no software Matlab®, buscou-se por meio de gráficos retratar o comportamento das tensões na rede de distribuição e assim obteve resultados que exibem a necessidade de controle dos reativos, para uma melhor qualidade no sistema de distribuição de energia elétrica. Os gráficos retratam as tensões abaixo do limite acessível, e com a utilização de banco de capacitores a tensão sendo restabelecida.

Com o cálculos das correntes, apresenta-se dois gráficos, um de potência ativa e outro de potência reativa, que descrevem com mais clareza a necessidade de alocação desses capacitores. Os gráficos exibem as barras com as tensões abaixo do limite de 0,95 e acima 1,05, o que possibilita perdas de energia no sistema de distribuição.

Os gráficos foram simulados por meio *software Matlab®*, utilizando como cálculo o algoritmo SIMPLEX, por intermédio do linprog que é a função do algoritmo. O gráfico apresenta trinta pontos da rede, onde observa-se que com aumento da potência reativa, a tensão teve uma queda brusca, resultando em perdas grandiosas no sistema, assim os gráficos abaixo apresentam a tensão baixa depois de perturbações na rede, com base nas potências ativas e reativas. Observa-se que a rede elétrica é muito instável e que possui a necessidade de ser observada e

controlada para manter o sistema em pleno funcionamento. O Código com a simulação dos gráficos encontra-se no Apêndice A.

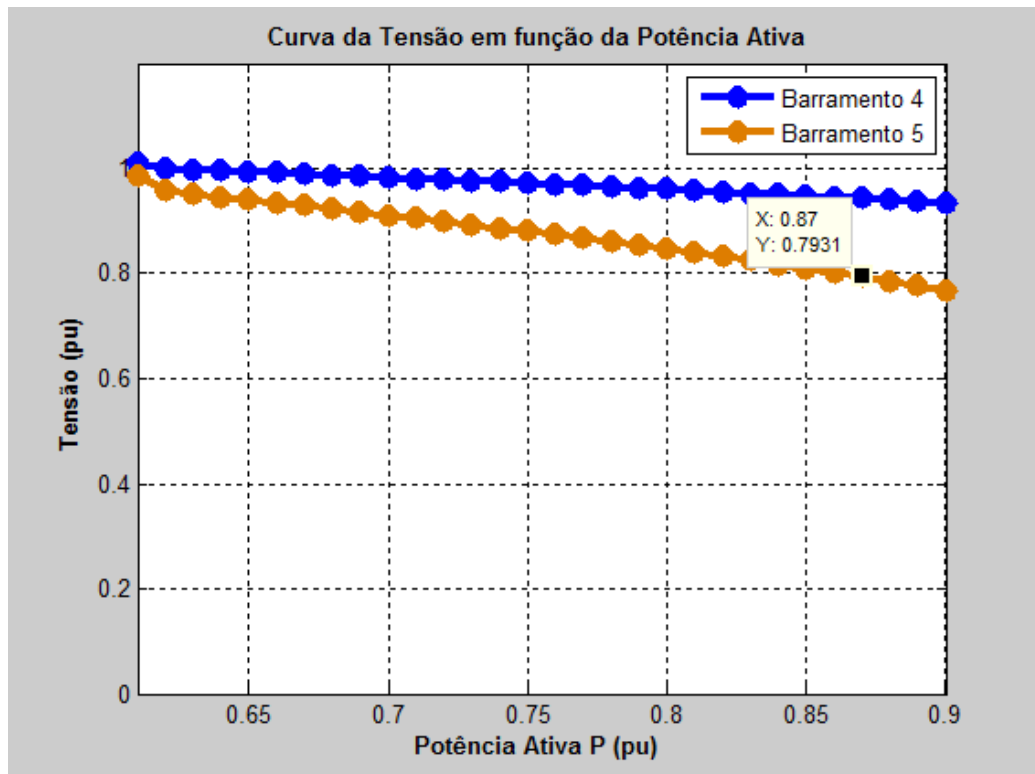


Figura 12. Gráfico de Potência Ativa no barramento 5. (do autor).



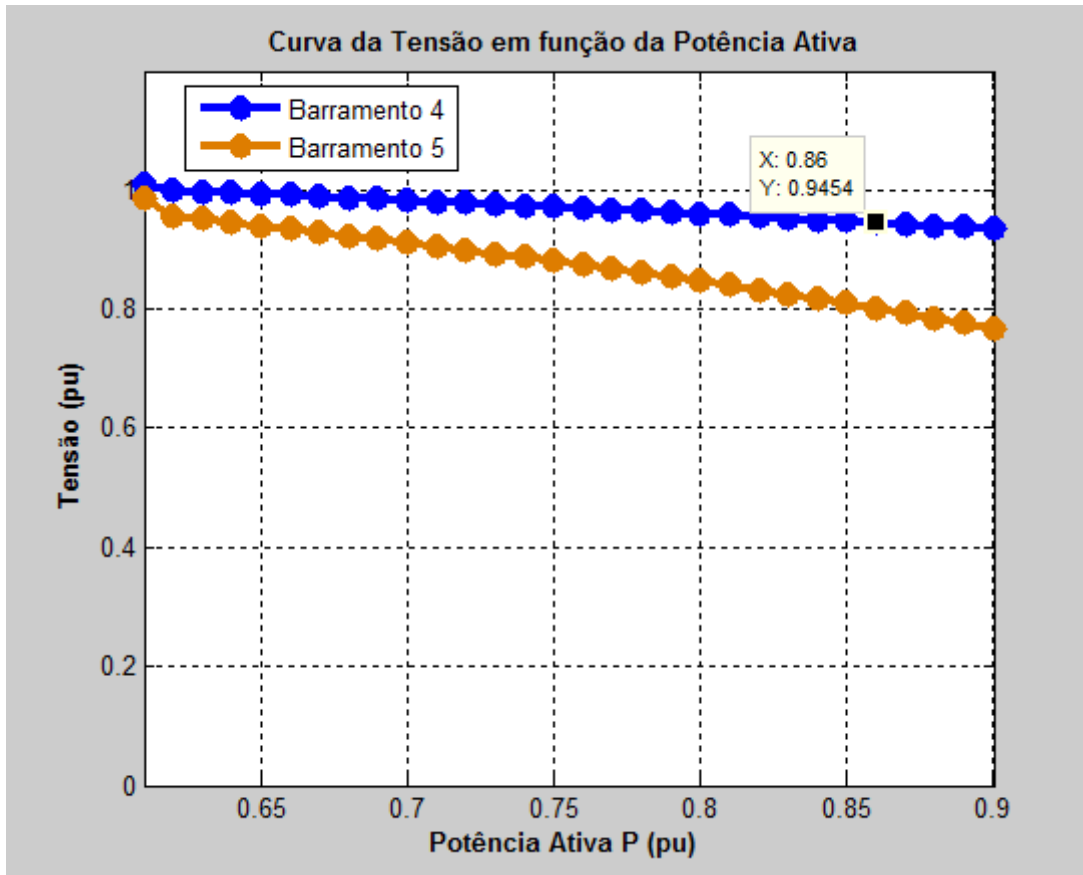


Figura 13. Gráfico de Potência Ativa no barramento 4. (do autor)

Os dois gráficos acima apresentam a potência ativa para os barramentos 4 e 5, é possível observar que o valor do fator de potência nos dois barramentos são aproximadamente iguais, retrando a eficácia dos resultados, e as tensões após o sistema passar por perturbações estão abaixo dos níveis admitidos pelas normas.

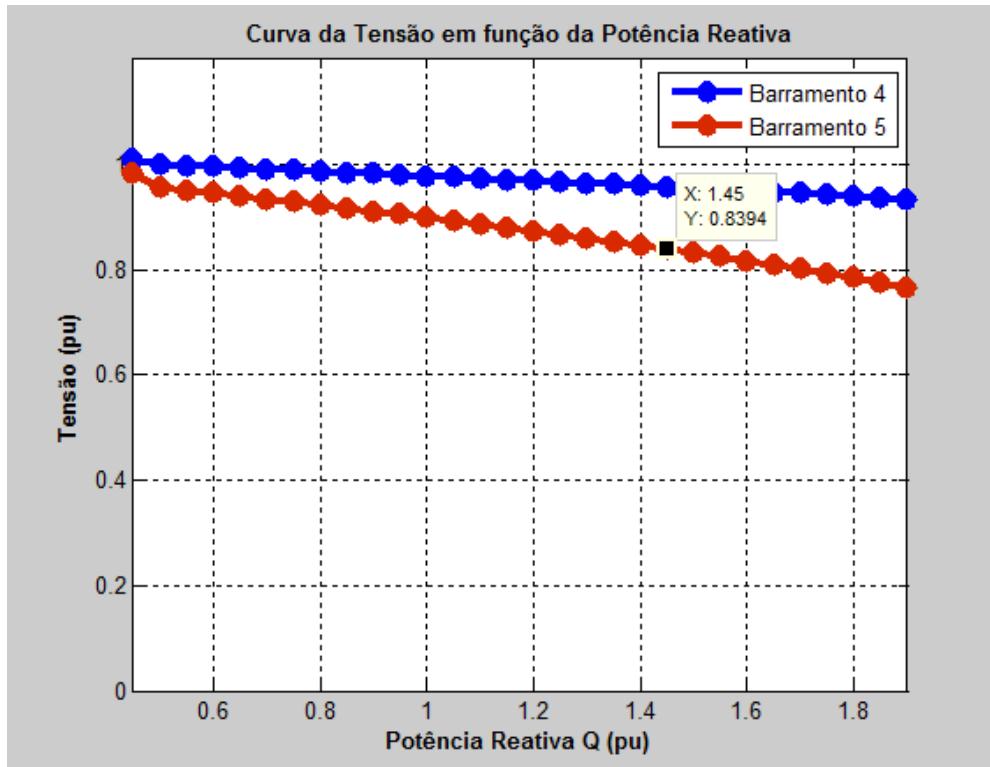


Figura 14. Gráfico Potência Reativa no barramento 5. (do autor)

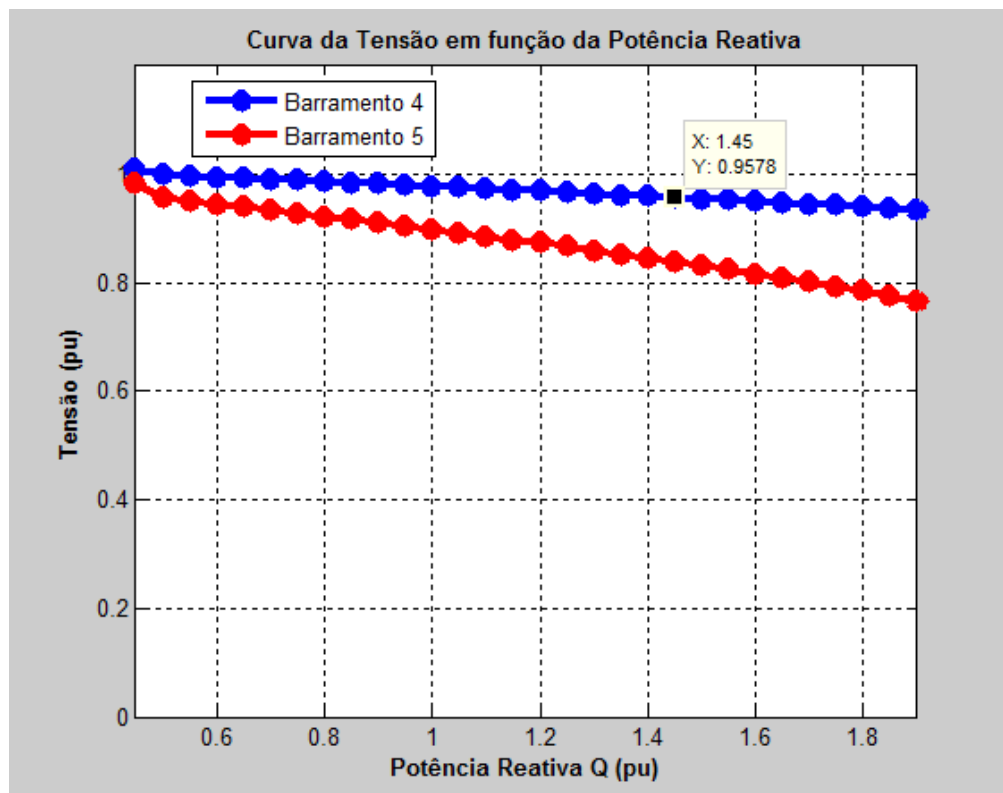


Figura 15. Potência Reativa no barramento 4. (do autor).

Da mesma forma que a potência ativa, a potência reativa no barramento 4 e no barramento 5, possuem fator de potência iguais, e as tensões abaixo do limite estabelecido, sendo assim tem-se a necessidade de alocar banco de capacitores na rede para aumentar a tensão e estabilizar o sistema de transmissão.

Com o cálculo das correntes capacitivas e a a instabilidade da rede, é possível perceber que o sistema teve aumento de reativos apenas nos barramentos 4 e 5, onde as tensão tiveram um descontrole e ficaram instáveis, a (tab 6), apresenta os valores de tensão para esses barramentos.

Tabela 6. Tensões nos pontos da rede (do autor).

<b>V4</b>	<b>V5</b>
1,00958	0,98539
0,99966	0,95665
0,99760	0,95121
0,99553	0,94572
0,99345	0,94015
0,99135	0,93452
0,98923	0,92882
0,98710	0,92304
0,98496	0,91718
0,98280	0,91124
0,98062	0,90522
0,97842	0,89911
0,97621	0,89291
0,97398	0,88661
0,97173	0,88021
0,96946	0,87370
0,96717	0,86709
0,96485	0,86035
0,96252	0,85349
0,96016	0,84650
0,95777	0,83937
0,95536	0,83209
0,95293	0,82465
0,95046	0,81705
0,94796	0,80926
0,94543	0,80128
0,94287	0,79309
0,94027	0,78467
0,93763	0,77600
0,93495	0,76707

### **7.2.2 Aumento da tensão com a alocação de banco de capacitores**

O sistema de distribuição de energia elétrica sofre diversas perturbações e conseqüentemente a queda da tensão nos barramentos da rede, podendo ocasionar em perdas de energia e afetar os consumidores finais. Nessa dinâmica é necessário controlar a tensão nos barramentos para evitar perdas no sistema, o presente trabalho apresenta como solução a alocação de banco de capacitores para controle de tensão no sistema de distribuição.

Para cada barramento é necessário uma quantidade de banco diferentes, que atenda a demanda de energia do mesmo. Logo é apresentado a quantidade de capacitores que são necessários para cada barramento, para a composição desse banco, assim as tensões passam a ser controladas e voltam ao seu estado normal de funcionamento. A tabela 5 apresenta para os trinta pontos testados a quantidade necessária de banco de capacitores para regularização da tensão na rede de distribuição de energia elétrica. Baseado nas corrente capacitivas que retratam onde é necessário a instalação do banco de capacitores, tem-se um banco de capacitores para cada ponto e uma nova potência reativa com valores baixos, o que acarreta em um aumento de tensão, voltando aos níveis admissíveis de operação. O código que apresenta essa quantidade de capacitores na rede e uma melhoria das potências reativas se encontra no Apêndice B.

Tabela 7. Quantidade de capacitores na rede.

<b>Pontos da Rede</b>	<b>Banco de Capacitores</b>	<b>Potência Reativa</b>
1	5	0.0157
2	6	0.0166
3	6	0.0170
4	6	0.0173
5	6	0.0177
6	6	0.0181
7	6	0.0184
8	6	0.0188
9	6	0.0192
10	7	0.0195
11	7	0.0199
12	7	0.0220
13	8	0.0263
14	10	0.0308
15	11	0.0354
16	13	0.0402
17	14	0.0449
18	16	0.0498
19	18	0.0547
20	20	0.0598
21	22	0.0650
22	23	0.0703
23	24	0.0758
24	26	0.0813
25	27	0.0870
26	29	0.0926
27	31	0.0983
28	32	0.1036
29	34	0.1107
30	36	0.1206

É possível perceber que, para cada ponto da rede é necessário uma quantidade diferente de capacitores para compor um banco, o banco é escolhido de acordo com a tensão que está na rede, se a tensão for menor é necessário um banco com mais capacitores para fazer o controle e se for maior uma menor quantidade de capacitores são capazes de realizar o controle. Com a instalação do banco em cada ponto, é possível verificar um aumento de tensão na rede, onde cada ponto que está com a presença de reativos altos e uma menor tensão, são instalados banco de capacitores necessário para restabelecer a tensão, logo o sistema volta a operar em pleno funcionamento e sem perdas de tensão.

Buscou-se a simulação por meio da utilização de gráficos, para exibir as tensões reestabelecidas, após a instalação de capacitores, verificando que é um meio de controle rápido e adequado para esse tipo de perdas do sistema. Os gráficos das figuras 16,17,18 e 19 foram simulados no *software Matlab®*, pelo algoritmo SIMPLEX. O código que exibe como foi obtidos os resultados, se encontra no Apêndice B.

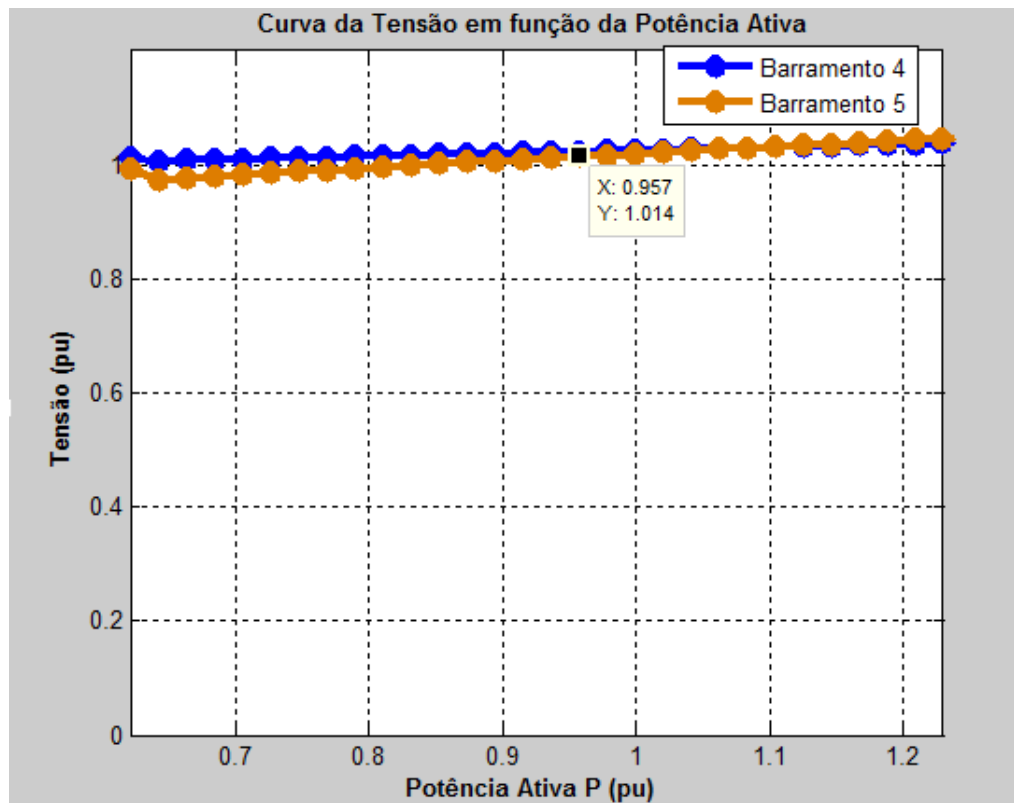


Figura 16. Gráfico de Potência Ativa no barramento 5. (do autor).

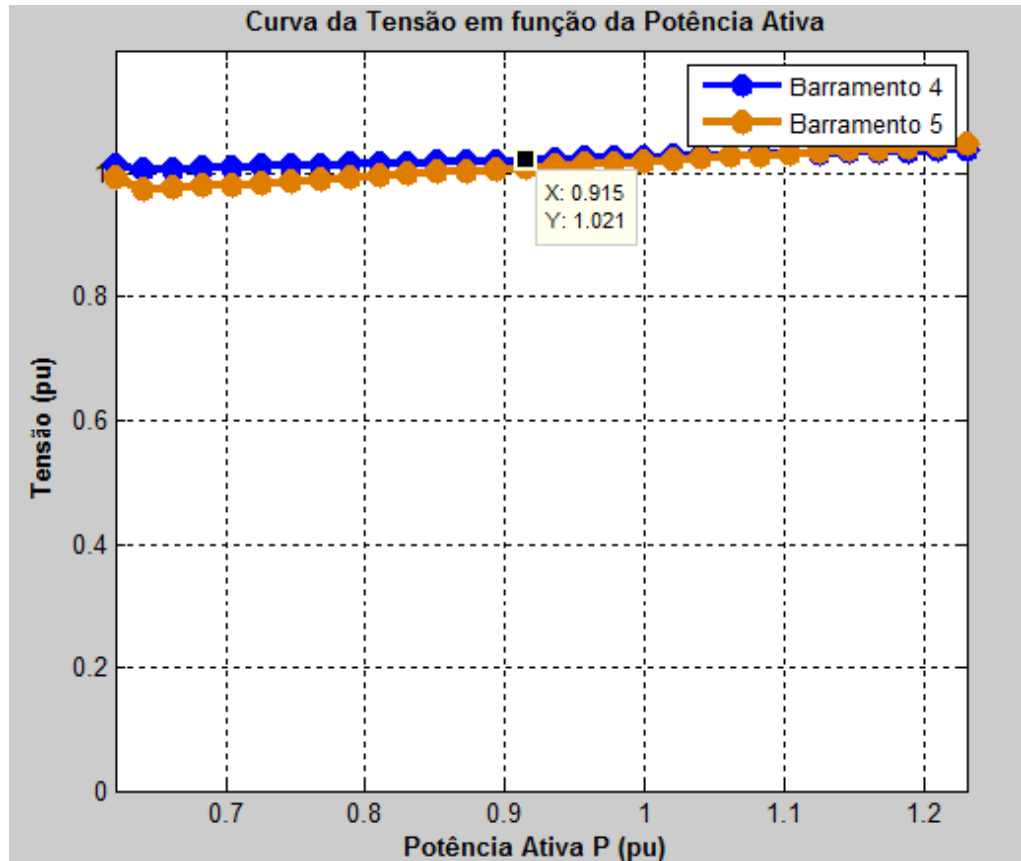


Figura 17. Gráfico de Potência Ativa no barramento 4. (do autor)

Os dois gráficos acima apresentam a potência ativa para os barramentos 4 e 5, é possível observar que o valor do fator de potência nos dois barramentos são aproximadamente iguais, assim esses gráficos apresentam os valores adequados de tensão, baseados na potência ativa da rede.

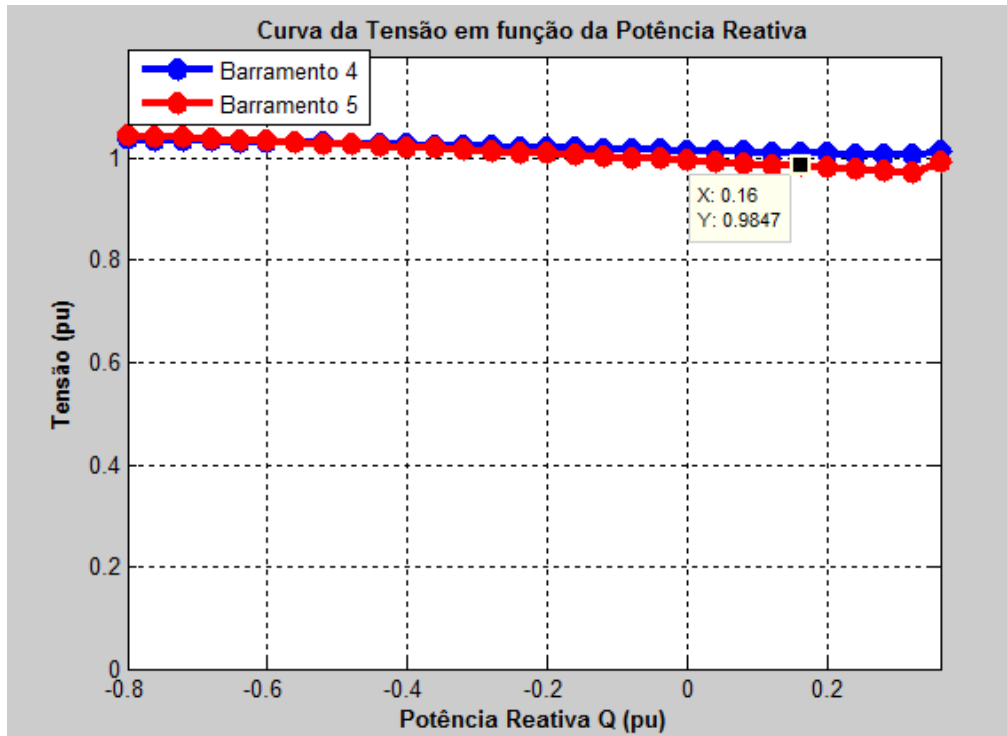


Figura 18. Potência Reativa no barramento 5. (do autor).

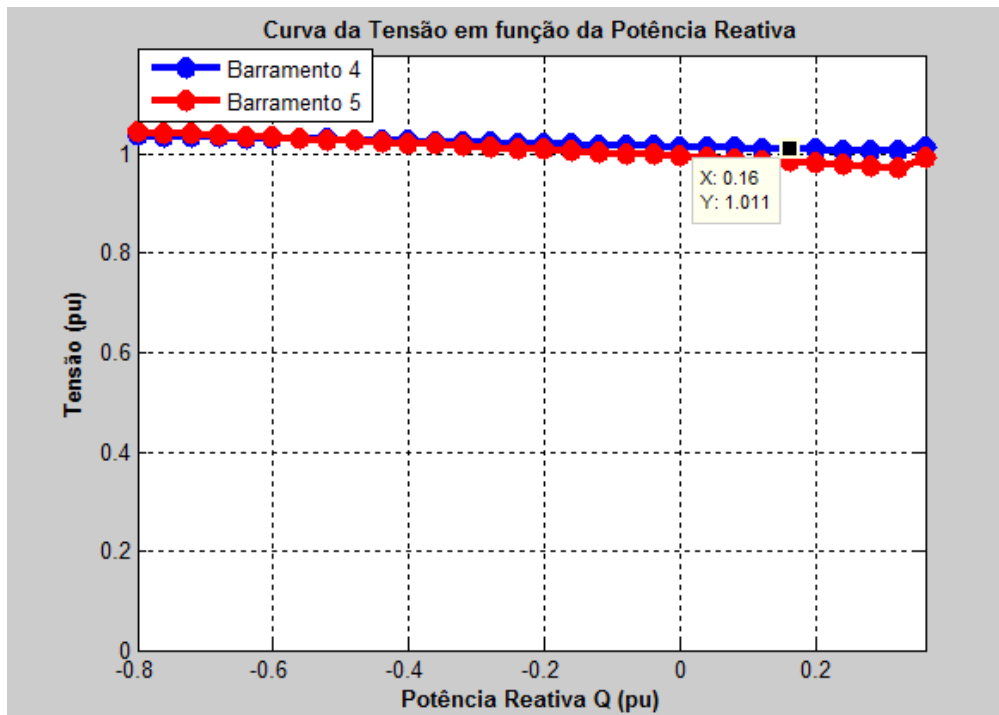


Figura 19. Potência Reativa no barramento 4. (do autor).

Da mesma forma que a potência ativa, a potência reativa no barramento 4 e no barramento 5, possuem fator de potência iguais, logo tem-se as tensões dentro dos níveis admissíveis de operação. Com o banco de capacitores as tensões voltam a



operar com níveis admissíveis pelos órgão regulador. Assim a Tabela 8, apresenta as os valores de tensão após a instalação dos capacitores, para os barramentos 4 e 5.

Tabela 8. Tensões restabelecidas nos pontos da rede (do autor).

V4	V5
1,012825	0,993779
1,006131	0,97324
1,007317	0,976152
1,008497	0,979037
1,009671	0,981895
1,010839	0,984726
1,012001	0,98753
1,013157	0,990309
1,014307	0,993062
1,015451	0,99579
1,01659	0,998494
1,017723	1,001173
1,01885	1,003829
1,019972	1,006462
1,021089	1,009071
1,0222	1,011658
1,023306	1,014223
1,024406	1,016766
1,025502	1,019288
1,026592	1,021788
1,027678	1,024267
1,028758	1,026726
1,029834	1,029164
1,030905	1,031583
1,031971	1,033981
1,033032	1,03636
1,034089	1,03872
1,035141	1,041061
1,036189	1,043384
1,037232	1,045687

Com as tabelas apresentadas e os gráficos mostrados, é possível verificar, a eficiência da alocação de capacitores, para evitar perdas no sistema de distribuição de energia elétrica permitindo mais confiabilidade e qualidade prestada para os consumidores.

## 8. CONCLUSÃO

O sistema elétrico passa por diversas perturbações durante seu funcionamento, ocasionando perdas, que muitas vezes podem ser irreparáveis. Nesta dinâmica o método proposto é utilizar da programação linear, para alocar banco de capacitores na rede distribuição de energia elétrica, para controle de reativos. O banco de capacitores não produz energia, ele apenas aproveita a que está no sistema, controlando e mantendo-a dentro dos limites aceitáveis de funcionamento.

A programação linear é um método muito eficaz para resolução desse problema, utiliza-se de algoritmos de otimização para análise de onde a tensão está fora dos limites estabelecidos. É possível estabelecer limites de máximos e mínimos para cada barramento, possibilitando um controle maior da tensão desejada. Com a visualização de onde está o problema, é possível instalar banco de capacitores para correção dessa tensão.

O banco de capacitor utilizado para correção das tensão nos barramentos do sistema teste proposto, é um banco fixo, com potência de 300KVar, que é a potência aceita para os limites de tensão de 0,95 e 1,05 pu. A partir da potência padrão foi calculado quantos capacitores cada banco deve possuir para controlar a tensão naquele barramento, a quantidade de capacitores varia de acordo com a tensão que está no barramento, se os valores da tensão for muito distante dos limites proposto, então utiliza-se de uma quantidade maior de capacitores, se não utiliza menos.

Foi realizado trinta interações no sistema, é possível observar que vários pontos da rede estão com tensão abaixo do permitido, logo com esse resultado percebe-se que a rede de distribuição de energia elétrica é muito instável e precisa ser controlada. Com a alocação do banco de capacitores, houve uma diminuição da potência reativa e assim as tensões voltaram para o nível permitido pelos órgão de regulação. Mostra-se que o método utilizado é muito eficaz para resolução de problemas desse tipo, mas vale lembrar que ele é muito difícil pois varia de acordo com o estado da rede, o resultado obtido foi o proposto, todas as tensões voltaram para seu nível normal de funcionamento, deixando a rede estável e os consumidores com uma energia de qualidade.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALCÂNTARA, M.V.P. & SILVA, L.C.P.; 2005. Efeitos de Cargas Dependentes da Tensão na Alocação Otimizada de Banco de Capacitores em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. São Luiz, MA.

AIVES, M.L. (2005). "Módulos de Alocação Otimizada de reguladores de tensão e banco de capacitores em alimentadores de distribuição". Dissertação de Mestrado\_ PUCRS.

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. Atlas de Energia Elétrica do Brasil 3ª Edição, 2008. Disponível em <[www.aneel.gov.br](http://www.aneel.gov.br)>. Acesso em 2015.

AJJARAPU, V., Albanna Z. (1991). "Application of genetic based algorithms to optimal capacitor placement", Proceedings of the First International Forum on Applications of neural Networks to Power Systems, PP. 251-255, July.

BARAN, M. E. e Wu, F. F. (1989). "Optimal capacitor placement on radial distribution systems", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, Nº. 1, January, pp. 725-734.

BOONE, G., Chiang, H. D. (1993). "Optimal capacitor placement in distribution systems by genetic algorithm", Electrical Power & Energy Systems, vol. 15, no. 3, pp. 155-162.

CHIANG, H. D., Wang, J. C., Orville, C. e Hyoun-Duck S., (1990). "Optimal Capacitor Placements in Distribution System: Part 2: Solution Algorithms and Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, Nº 2, April.

GRAINGER, J. J., Lee, S. H., (1981). "Optimum placement of fixed and switched capacitors on primary distributions feeders", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, nº. 1, pp. 345-352, Jan.

R. A. GALLEGO, A.J. Monticelli, R. Romero, "Optimal Capacitor Placement in Radial Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Systems, Vol.16, no 4, pp,235-243, 2001.

HILL, M. M. e M. M. Santos (2009), Investigação Operacional: Programação Linear, Volumes 1 e 2. Edições Sílabo.

MONTICELLI, J.A.;Fluxo de Potência em Redes de Energia Elétrica. São Paulo, Editora Blucher,1983.

MONTICELLI, Alcir Jose. Expansão de sistemas elétricos de potencia: um algoritmo para o planejamento do sistema de transmissão. Diss. Universidade Estadual de Campinas, 1975.

NEAGLE, N. M., Samson, D. R. (1956). "Loss reduction from capacitors installed on primary feeders", AIEE Trans., vol. 75, pp. 950-959, Oct.

R.T.BEÊ. "Alocação de Bancos de capacitores em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Utilizando Algoritmos Genéticos", Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná, março/2007.

REZENDE, Marcos Antonio Paes. "Utilização de matriz sensibilidade e programação linear para corrigir os níveis de tensão e otimizar a alocação de reativos em sistemas de potência." (2010).

SALAMA, M. M. A., Ng., H. N., Chikhani, A. Y. "Classification of Capacitor Allocation Techniques" IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 15, No. 1. pp 378-392, Jan. 2000

SUNDHARARAJAN,S.;PAHWA,A.;1994,Optimal Selection of Capacitors for Radial Distribution System Using a Genetic.Algorithm.IEEI Transaction on Powe Systems,Vol 9,No 2,p 1499-1507.

# Apêndices

## APÊNDICE A - Código dos Dados da Rede e Matriz Admitância

O código apresenta o sistema teste em estudo, com seus respectivos barramentos, exibindo os dados que foram inseridos, e a matriz admitância, bem como as correntes capacitivas encontradas no sistema, ressaltando onde as tensões estão abaixo do limite admissível, os códigos foram simulados no software Matlab®, utilizando o SIMPLEX que é um algoritmo de programação linear.

### Código do Sistema

---

```

clc,close all; clear all;
    %escolhendo simplex como algoritmo padrão para a função linprog()
options = optimoptions('linprog','Algorithm','active-set')

%          | Barra | Tipo | V     | fase | Pger | Qger | Pcons |
Qcons    |
dados_barra= [ 1          1      1.050  0      0.0   0.0   0.0
0.00          2          2      1.045  0      0.4   0.0   0.2
0.10          3          2      1.030  0      0.3   0.0   0.2
0.15          4          3      1.000  0      0.0   0.0   0.6
0.40          5          3      1.000  0      0.0   0.0   0.6
0.40 ];

for count_loop=1:30
    %mudando potencia ativa nas barras 4 e 5
    dados_barra(4,7) = dados_barra(4,7)+0.01;
    dados_barra(5,7) = dados_barra(5,7)+0.01;

    %mudando potencias reativas nas barras 4 e 5
    dados_barra(4,8) = dados_barra(4,8)+0.05;
    dados_barra(5,8) = dados_barra(5,8)+0.05;

    %salvando e variaves para plotar ao final
    P4(count_loop) = dados_barra(4,7);
    Q4(count_loop) = dados_barra(4,8);
    P5(count_loop) = dados_barra(5,7);
    Q5(count_loop) = dados_barra(5,8);

% Matriz de linhas (pu)
%          | de | para | R     | X     | b_shunt |

```

```

dados_linha = [ 1      2      0.02  0.06  0.030*2
                1      3      0.08  0.24  0.025*2
                2      3      0.06  0.18  0.020*2
                2      5      0.04  0.12  0.015*2
                3      4      0.01  0.03  0.010*2
                4      5      0.08  0.24  0.025*2 ];

% seleção das linhas:

de = dados_linha (:,1); % Seleção de todas as linhas da coluna 1
para = dados_linha (:,2); % Seleção de todas as linhas da coluna 2
r = dados_linha (:,3); % Seleção de todas as resistências da coluna 3
X= dados_linha (:,4); % Seleção de todas as resistências da coluna 4
b = dados_linha (:,5); % Seleção de todas as admitâncias b shunt da
coluna 5

% Matriz de impedância:

z= r + j*X;

% Matriz de admitância:

y= 1./z;

% b shunt imaginário:

b= i*b;

nbarra= max(max(de),max(para)); % Determinação do número de barras
nlinhas = length (de); % Determinação do número de linhas
Ybarra= zeros (nbarra,nbarra); % Matriz de zeros de admitância

% Construção dos elementos fora da diagonal
for k=1 :nlinhas
    Ybarra (de(k),para(k))= -y(k);
    Ybarra (para(k),de(k)) = Ybarra (de(k),para(k));
end

% Construção dos elementos da diagonal
for m=1:nbarra
    for n=1:nlinhas
        if de(n) == m | para (n) == m
            Ybarra (m,m) = Ybarra(m,m) + y(n) + b(n);
        end
    end
end

%Matriz de admitância:
%fprintf ( 'Matriz da Rede %d \n \n ');
% Ybarra
% Dados das barras (Tipo) - % 1: Vtheta - referência
% 2: PV - barramento de geração
% 3: PQ - barras de cargas

% Seleção dos dados:

```

```

barra = dados_barra(:,1); % Número da barra
tipo = dados_barra(:,2); % Tipo de barra
V = dados_barra(:,3); % Tensões da barra (chute inicial)
fase = dados_barra(:,4); % Fase da barra (chute inicial)
Pg = dados_barra(:,5); % Potência ativa injetada na barra
Qg = dados_barra(:,6); % Potência reativa injetada na barra
Pl = dados_barra(:,7); % Potência ativa consumida na barra
Ql = dados_barra(:,8); % Potência reativa consumida na barra
P = Pg - Pl; % Potência ativa líquida na barra
Q = Qg - Ql; % Potência reativa líquida na barra
Psp = P; % Potência ativa especificada na barra
Qsp = Q; % Potência reativa especificada na barra

G = real(Ybarra); % Matriz de Condutância
B = imag(Ybarra); % Matriz de Susceptância

pv= find (tipo ==2 | tipo==1); % Especificação das barras PV
pq= find (tipo ==3); % Especificação das barras PQ
npv = length (pv); % Número de barras PV
npq = length (pq); % Número de barras PQ

erro_max = 0.0001; % Tolerância
erro = 1; % Primeiro valor do erro
iteracao = 1; % Contador de interações
K_max = 100; % Número máximo de iteções

% Determinação da Potência Ativa e da Potência Reativa
while ((erro > erro_max) & (iteracao<K_max))
    P = zeros(nbarra,1);
    Q = zeros(nbarra,1);
    for i = 1:nbarra
        for k= 1:nbarra
            P(i) = P(i) + V(i)*V(k)*(G(i,k)*cos(fase(i)-fase(k))+ ...
                B(i,k)*sin(fase(i)-fase(k))); %Potência ativa
            Q(i) = Q(i) + V(i)*V(k)*(G(i,k)*sin(fase(i)-fase(k))- ...
                B(i,k)*cos(fase(i)-fase(k))); % Potência reativa
        end
    end
    % Vetor de Resíduo
    dPa = Psp-P;
    dQa = Qsp-Q;
    K=1;
    dQ = zeros(npq,1);

    for i = 1:nbarra
        if tipo(i) ==3
            dQ(k,1) = dQa(i);
            k=k+1;
        end
    end
    dP=dPa (2:nbarra);
    M= [dP; dQ(5); dQ(6)];

    % Submatrizes da Matriz jacobiana
    % Submatrizes J1:
    J1 = zeros (nbarra-1,nbarra-1);
    for i= 1: (nbarra-1)
        m=i+1;
        for k= 1:(nbarra-1)

```



```

n=k+1;
if n == m
    for n =1:nbarra
        J1(i,k) = J1(i,k) + V(m)*V(n)*(-G(m,n)*sin(fase(m)-
fase(n))+ ...
                B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
    end
    J1(i,k) = J1(i,k) - V(m)^2*B(m,m);
else
    J1(i,k) = V(m)* V(n)* (G(m,n)*sin(fase(m)-fase(n))- ...
        B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
end
end
end

% Submatrizes J2:
J2 = zeros(nbarra-1,npq);
for i = 1:(nbarra-1)
    m=i+1;
    for k = 1:npq
        n = pq(k);
        if n == m
            for n= 1:nbarra
                J2(i,k) = J2(i,k) + V(n)*(G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
            end
            J2(i,k) = J2(i,k) + V(m)*G(m,m);
        else
            J2(i,k) = V(m)* (G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+B(m,n)*sin(fase(m)- ...
                fase(n)));
        end
    end
end

% Submatriz Jacobiana J3
J3 = zeros(npq,nbarra-1);
for i=1:npq
    m = pq(i);
    for k =1:(nbarra-1)
        n=k+1;
        if n==m
            for n=1:nbarra
                J3(i,k) = J3(i,k) +V(m)*V(n)* (G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
            end
            J3(i,k)=J3(i,k)-V(m)^2*G(m,m);
        else
            J3(i,k) = V(m)*V(n)* (-G(m,n)*cos(fase(m)-fase(n))- ...
                B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
        end
    end
end

% Submatriz J4:
J4 = zeros(npq,npq);
for i=1:npq
    m= pq(i);

```

```

        for k=1:npq
            n = pq(k);
            if n==m
                for n=1:nbarra
                    J4(i,k) = J4(i,k) +V(n)*(G(m,n)*sin(fase(m)-
fase(n))- ...
                                B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
                end
                J4(i,k) = J4(i,k) - V(m)*B(m,m);
            else
                J4(i,k) =V(m)*(G(m,n)*sin(fase(m)-fase(n))-
B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
            end
        end
        end
        % Determinação da Matriz Jacobiana:
        Jacobiano = [J1 J2;J3 J4];
        X=inv(Jacobiano)*M;

        % Modificação do ângulo e do módulo da tensão:
        dAV = X(1:nbarra-1);
        dMV = X(nbarra:end);

        % Atualização das variáveis
        fase(2:nbarra) = dAV +fase(2:nbarra);
        k=1;
        for i=2:nbarra;
            if tipo(i) == 3
                V(i) = dMV(k) + V(i);
                k = k+1;
            end
        end
        end

        iteracao = iteracao +1;
        erro = max(abs(M));
    end

    % Cálculo da tensão nos barramentos
    Vm = V.*cos(fase) + j*V.*sin(fase);

    % Cálculo da potência gerada
    for npv=1:pv
        Pger=P(pv);
    end

    % Cálculo da potência consumida
    for npq=1:pq
        Pcons=P(pq);
    end

    % Resultados
    % fprintf('Número de iterações realizadas: %d \n\n', iteracao);
    V4(count_loop)=abs(Vm(4));
    V5(count_loop)=abs(Vm(5));

    #####

```

```

#####
%
%          SIMPLEX
#####
#####

f = [-1 -1 -1 -1 -1]; %função objetivo

%vetor com os limites inferiores de tensão ( todos = 0.95 )
lb = 0.95*ones(5,1) - abs(Vm);
%lb = 0.95*ones(5,1);

%vetor com os limites superiores de tensão ( todos = 1.05 )
ub = 1.05*ones(5,1) - abs(Vm);
%ub = 1.05*ones(5,1);

%X_imp = real(inv(Ybarra));
%m=length(Ybarra);
%aux=ones(5,5)./Ybarra;
X_imp = real(Ybarra);

I = linprog(f,X_imp,ub,[],[],lb,ub);
%imprimir em tela
I

end

```

Após encontrar as correntes e a matriz admitância, é plotado o gráfico que relata as tensões abaixo de 0,95 e 1,05. Os gráficos são apresentados no capítulo 7 por meio das Figuras 10,11,12 e 13. Plotagem dos gráficos.

```

% Gráfico 1.0 - Curva da Tensão em função da Potência Ativa (18<P<0,2):
figure(1)
plot (P4,V4,'-r*', P5,V5,'-b*', 'linewidth',2.5)
axis([min(P5) max(P5) 0 1.2]);
%plot( P,V4,'-r*', 'linewidth', 2.5)
xlabel ( '\bfPotência Ativa P (pu) ')
ylabel ( '\bfTensão (pu) ')
title ( '\bfCurva da Tensão em função da Potência Ativa ')
legend ('Barramento 4','Barramento 5 ')
grid on;

% Gráfico 2.0 - Curva da Tensão em função da Potência Reativa (9<Q<0,1):
figure(2)
plot (Q4,V4,'-r*', Q5, V5,'-b*', 'linewidth', 2.5)
axis([min(Q4) max(Q4) 0 1.2 ]);
xlabel ( '\bfPotência Reativa Q (pu) ')
ylabel( '\bfTensão (pu) ')
title ( '\bfCurva da Tensão em função da Potência Reativa')
legend ('Barramento 4','Barramento 5 ')
grid on;

```

## APÊNDICE B - Código Número de Capacitores

O código abaixo apresenta a quantidade de capacitores que devem ser instalados em cada ponto da rede, para composição de um banco de capacitores, que controla a tensão para os níveis admissíveis de funcionamento.

Código do Número de Capacitores nos pontos da rede.

```
% Quantidade de Capacitores na rede de distribuição
%


---


clc,close all; clear all;
%escolhendo simplex como algoritmo padrão para a função linprog()
options = optimoptions('linprog','Algorithm','active-set')

%
% Barra | Tipo | V | fase | Pger | Qger | Pcons |
Qcons |
dados_barra= [ 1      1      1.050  0      0.0  0.0  0.0
0.00          2      1.045  0      0.4  0.0  0.2
0.10          3      1.030  0      0.3  0.0  0.2
0.15          4      1.000  0      0.0  0.0  0.6
0.40          5      1.000  0      0.0  0.0  0.6
0.40 ];

for count_loop=1:30
    %mudando potencia ativa nas barras 4 e 5
    dados_barra(4,7) = dados_barra(4,7)+0.01;
    dados_barra(5,7) = dados_barra(5,7)+0.01;

    %mudando potencias reativas nas barras 4 e 5
    dados_barra(4,8) = dados_barra(4,8)+0.05;
    dados_barra(5,8) = dados_barra(5,8)+0.05;

    %salvando e variaves para plotar ao final
    P4(count_loop) = dados_barra(4,7);
    Q4(count_loop) = dados_barra(4,8);
    P5(count_loop) = dados_barra(5,7);
    Q5(count_loop) = dados_barra(5,8);

    % Matriz de linhas (pu)
    %
    % de | para | R | X | b_shunt |
    dados_linha = [ 1      2      0.02  0.06  0.030*2
```

```

1      3      0.08    0.24    0.025*2
2      3      0.06    0.18    0.020*2
2      5      0.04    0.12    0.015*2
3      4      0.01    0.03    0.010*2
4      5      0.08    0.24    0.025*2 ];

% seleção das linhas:

de = dados_linha (:,1 ); % Seleção de todas as linhas da coluna 1
para = dados_linha (:,2); % Seleção de todas as linhas da coluna 2
r = dados_linha (:,3); % Seleção de todas as resistências da coluna 3
X= dados_linha (:,4); % Seleção de todas as resistências da coluna 4
b = dados_linha (:,5); % Seleção de todas as admitâncias b shunt da
coluna 5

% Matriz de impedância:

z= r + j*X;

% Matriz de admitância:

y= 1./z;

% b shunt imaginário:

b= i*b;

nbarra= max(max(de),max(para)); % Determinação do número de barras
nlinhas = length (de); % Determinação do número de linhas
Ybarra= zeros (nbarra,nbarra); % Matriz de zeros de admitância

% Construção dos elementos fora da diagonal
for k=1 :nlinhas
    Ybarra (de(k),para(k)) = -y(k);
    Ybarra (para(k),de(k)) = Ybarra (de(k),para(k));
end

% Construção dos elementos da diagonal
for m=1:nbarra
    for n=1:nlinhas
        if de(n) == m | para (n) == m
            Ybarra (m,m) = Ybarra(m,m) + y(n) + b(n);
        end
    end
end

%Matriz de admitância:
%fprintf ( 'Matriz da Rede %d \n \n ' );
% Ybarra
% Dados das barras (Tipo) - % 1: Vtheta - referência
% 2: PV - barramento de geração
% 3: PQ - barras de cargas

% Seleção dos dados:
barra = dados_barra(:,1); % Número da barra

```

```

tipo = dados_barra(:,2); % Tipo de barra
V = dados_barra(:,3); % Tensões da barra (chute inicial)
fase = dados_barra(:,4); % Fase da barra (chute inicial)
Pg = dados_barra(:,5); % Potência ativa injetada na barra
Qg = dados_barra(:,6); % Potência reativa injetada na barra
Pl = dados_barra(:,7); % Potência ativa consumida na barra
Ql = dados_barra(:,8); % Potência reativa consumida na barra
P = Pg - Pl; % Potência ativa líquida na barra
Q = Qg - Ql; % Potência reativa líquida na barra
Psp = P; % Potência ativa especificada na barra
Qsp = Q; % Potência reativa especificada na barra

G = real(Ybarra); % Matriz de Condutância
B = imag(Ybarra); % Matriz de Susceptância

pv= find (tipo ==2 | tipo==1); % Especificação das barras PV
pq= find (tipo ==3); % Especificação das barras PQ
npv = length (pv); % Número de barras PV
npq = length (pq); % Número de barras PQ

erro_max = 0.0001; % Tolerância
erro = 1; % Primeiro valor do erro
iteracao = 1; % Contador de interações
K_max = 100; % Número máximo de itecações

% Determinação da Potência Ativa e da Potência Reativa
while ((erro > erro_max) & (iteracao<K_max))
    P = zeros(nbarra,1);
    Q = zeros(nbarra,1);
    for i = 1:nbarra
        for k= 1:nbarra
            P(i) = P(i) + V(i)*V(k)*(G(i,k)*cos(fase(i)-fase(k))+ ...
                B(i,k)*sin(fase(i)-fase(k))); %Potência ativa
            Q(i) = Q(i) + V(i)*V(k)*(G(i,k)*sin(fase(i)-fase(k))- ...
                B(i,k)*cos(fase(i)-fase(k))); % Potência reativa
        end
    end
    % Vetor de Resíduo
    dPa = Psp-P;
    dQa = Qsp-Q;
    K=1;
    dQ = zeros(npq,1);

    for i = 1:nbarra
        if tipo(i) ==3
            dQ(k,1) = dQa(i);
            k=k+1;
        end
    end
    end

    dP=dPa (2:nbarra);
    M= [dP; dQ(5); dQ(6)];

    % Submatrizes da Matriz jacobiana
    % Submatrizes J1:
    J1 = zeros (nbarra-1,nbarra-1);
    for i= 1: (nbarra-1)
        m=i+1;
        for k= 1:(nbarra-1)
            n=k+1;

```

```

        if n == m
            for n = 1:nbarra
                J1(i,k) = J1(i,k) + V(m)*V(n)*(-G(m,n)*sin(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
            end
            J1(i,k) = J1(i,k) - V(m)^2*B(m,m);
        else
            J1(i,k) = V(m)*V(n)*(G(m,n)*sin(fase(m)-fase(n))- ...
                B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
        end
    end
end

% Submatrizes J2:
J2 = zeros(nbarra-1,npq);
for i = 1:(nbarra-1)
    m=i+1;
    for k = 1:npq
        n = pq(k);
        if n == m
            for n= 1:nbarra
                J2(i,k) = J2(i,k) + V(n)*(G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
            end
            J2(i,k) = J2(i,k) + V(m)*G(m,m);
        else
            J2(i,k) = V(m)*(G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+B(m,n)*sin(fase(m)- ...
                fase(n)));
        end
    end
end

% Submatriz Jacobiana J3
J3 = zeros(npq,nbarra-1);
for i=1:npq
    m = pq(i);
    for k =1:(nbarra-1)
        n=k+1;
        if n==m
            for n=1:nbarra
                J3(i,k) = J3(i,k) +V(m)*V(n)*(G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
            end
            J3(i,k)=J3(i,k)-V(m)^2*G(m,m);
        else
            J3(i,k) = V(m)*V(n)*(-G(m,n)*cos(fase(m)-fase(n))- ...
                B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
        end
    end
end

% Submatriz J4:
J4 = zeros(npq,npq);
for i=1:npq
    m= pq(i);
    for k=1:npq

```

```

        n = pq(k);
        if n==m
            for n=1:nbarra
                J4(i,k) = J4(i,k) +V(n)*(G(m,n)*sin(fase(m)-
fase(n))- ...
                    B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
            end
            J4(i,k) = J4(i,k) - V(m)*B(m,m);
        else
            J4(i,k) =V(m)*(G(m,n)*sin(fase(m)-fase(n))-
B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
        end
    end
end
end
% Determinação da Matriz Jacobiana:
Jacobiano = [J1 J2;J3 J4];
X=inv(Jacobiano)*M;

% Modificação do ângulo e do módulo da tensão:
dAV = X(1:nbarra-1);
dMV = X(nbarra:end);

% Atualização das variáveis
fase(2:nbarra) = dAV +fase(2:nbarra);
k=1;
for i=2:nbarra;
    if tipo(i) == 3
        V(i) = dMV(k) + V(i);
        k = k+1;
    end
end

iteracao = iteracao +1;
erro = max(abs(M));
end

% Cálculo da tensão nos barramentos
Vm = V.*cos(fase) + j*V.*sin(fase);

% Cálculo da potência gerada
for npv=1:pv
    Pger=P(pv);
end

% Cálculo da potência consumida
for npq=1:pq
    Pcons=P(pq);
end

% Resultados
% fprintf('Número de iterações realizadas: %d \n\n', iteracao);
V4(count_loop)=abs(Vm(4));
V5(count_loop)=abs(Vm(5));

```



```

#####
#####
%
% TESTANDO SIMPLEX
#####
#####

f = [-1 -1 -1 -1 -1]; %função objetivo

%vetor com os limites inferiores de tensão ( todos = 0.95 )
lb = 0.95*ones(5,1) - abs(Vm);
%lb = 0.95*ones(5,1);

%vetor com os limites superiores de tensão ( todos = 1.05 )
ub = 1.05*ones(5,1) - abs(Vm);
%ub = 1.05*ones(5,1);

%X_imp = real(inv(Ybarra));
%m=length(Ybarra);
%aux=ones(5,5)./Ybarra;
X_imp = real(Ybarra);

I= linprog(f,X_imp,ub,[],[],lb,ub);
%imprimir em tela
I
media=mean(I)
reativa=media
numero=reativa/3e-3
end

```

Os códigos que apresentam os gráficos de aumento da tensão na rede de distribuição.

```

% Gráfico 1.0 - Curva da Tensão em função da Potência Ativa (18<P<0,2):
figure(1)
plot (P4,V4,'-r*', P5,V5,'-b*', 'linewidth',2.5)
axis([min(P5) max(P5) 0 1.2]);
%plot( P,V4,'-r*', 'linewidth', 2.5)
xlabel ( '\bfPotência Ativa P (pu) ')
ylabel ( '\bfTensão (pu) ')
title ( '\bfCurva da Tensão em função da Potência Ativa ')
legend ('Barramento 4','Barramento 5 ')
grid on;

% Gráfico 2.0 - Curva da Tensão em função da Potência Reativa (9<Q<0,1):
figure(2)
plot (Q4,V4,'-r*', Q5, V5,'-b*', 'linewidth', 2.5)
axis([min(Q4) max(Q4) 0 1.2 ]);
xlabel ( '\bfPotência Reativa Q (pu) ')
ylabel( '\bfTensão (pu) ')
title ( '\bfCurva da Tensão em função da Potência Reativa')
legend ('Barramento 4','Barramento 5 ')

grid on;

```

## APÊNDICE C - Validação dos resultados com outros métodos de otimização do SIMPLEX, por programação linear.

Neste código é apresentado, os outros métodos de otimização do SIMPLEX com seus respectivos resultados, retalando que o método de programação linear, com o SIMPLEX como fonte de cálculo é o melhor a ser utilizado.

Cálculo da queda de tensão, pelo aumento de reativos na rede de distribuição.

```
% Utilizando o Active Set outro método de otimização, por programação linear
```

---

```
clc,close all; clear all;
%escolhendo simplex como algoritmo padrão para a função linprog()
options = optimoptions('linprog','Algorithm','active-set')

%          | Barra | Tipo | V      | fase | Pger | Qger | Pcons |
Qcons |
dados_barra= [ 1          1          1.050    0          0.0    0.0    0.0
0.00          2          2          1.045    0          0.4    0.0    0.2
0.10          3          2          1.030    0          0.3    0.0    0.2
0.15          4          3          1.000    0          0.0    0.0    0.6
0.40          5          3          1.000    0          0.0    0.0    0.6
0.40 ];

for count_loop=1:30

    %mudando potencia ativa nas barras 4 e 5
    dados_barra(4,7) = dados_barra(4,7)+0.021;
    dados_barra(5,7) = dados_barra(5,7)+0.021;

    %mudando potencias reativas nas barras 4 e 5
    dados_barra(4,8) = dados_barra(4,8)-0.04;
    dados_barra(5,8) = dados_barra(5,8)-0.04;

    %salvando e variaves para plotar ao final
    P4(count_loop) = dados_barra(4,7);
    Q4(count_loop) = dados_barra(4,8);
    P5(count_loop) = dados_barra(5,7);
    Q5(count_loop) = dados_barra(5,8);

    % Matriz de linhas (pu)
    %          | de | para | R      | X      | b_shunt |
```

```

dados_linha = [ 1      2      0.02  0.06  0.030*2
                1      3      0.08  0.24  0.025*2
                2      3      0.06  0.18  0.020*2
                2      5      0.04  0.12  0.015*2
                3      4      0.01  0.03  0.010*2
                4      5      0.08  0.24  0.025*2 ];

% seleção das linhas:

de = dados_linha (:,1 ); % Seleção de todas as linhas da coluna 1
para = dados_linha (:,2); % Seleção de todas as linhas da coluna 2
r = dados_linha (:,3); % Seleção de todas as resistências da coluna 3
X= dados_linha (:,4); % Seleção de todas as resistências da coluna 4
b = dados_linha (:,5); % Seleção de todas as admitâncias b shunt da
coluna 5

% Matriz de impedância:

z= r + j*X;

% Matriz de admitância:

y= 1./z;

% b shunt imaginário:

b= i*b;

nbarra= max(max(de),max(para)); % Determinação do número de barras
nlinhas = length (de); % Determinação do número de linhas
Ybarra= zeros (nbarra,nbarra); % Matriz de zeros de admitância

% Construção dos elementos fora da diagonal
for k=1 :nlinhas
    Ybarra (de(k),para(k))= -y(k);
    Ybarra (para(k),de(k)) = Ybarra(de(k),para(k));
end

% Construção dos elementos da diagonal
for m=1:nbarra
    for n=1:nlinhas
        if de(n) == m | para (n) == m
            Ybarra (m,m) = Ybarra(m,m) + y(n) + b(n);
        end
    end
end

%Matriz de admitância:
%fprintf ( 'Matriz da Rede %d \n \n ');
% Ybarra
% Dados das barras (Tipo) - % 1: Vtheta - referência
% 2: PV - barramento de geração
% 3: PQ - barras de cargas

%dados barra estavam aqui!!

```

```

% Seleção dos dados:
barra = dados_barra(:,1); % Número da barra
tipo = dados_barra(:,2); % Tipo de barra
V = dados_barra(:,3); % Tensões da barra (chute inicial)
fase = dados_barra(:,4); % Fase da barra (chute inicial)
Pg = dados_barra(:,5); % Potência ativa injetada na barra
Qg = dados_barra(:,6); % Potência reativa injetada na barra
Pl = dados_barra(:,7); % Potência ativa consumida na barra
Ql = dados_barra(:,8); % Potência reativa consumida na barra
P = Pg - Pl; % Potência ativa líquida na barra
Q = Qg - Ql; % Potência reativa líquida na barra
Psp = P; % Potência ativa especificada na barra
Qsp = Q; % Potência reativa especificada na barra

G = real(Ybarra); % Matriz de Condutância
B = imag(Ybarra); % Matriz de Susceptância

pv= find (tipo ==2 | tipo==1); % Especificação das barras PV
pq= find (tipo ==3); % Especificação das barras PQ
npv = length (pv); % Número de barras PV
npq = length (pq); % Número de barras PQ

erro_max = 0.0001; % Tolerância
erro = 1; % Primeiro valor do erro
iteracao = 1; % Contador de interações
K_max = 100; % Número máximo de iterações

% Determinação da Potência Ativa e da Potência Reativa
while ((erro > erro_max) & (iteracao<K_max))
    P = zeros(nbarra,1);
    Q = zeros(nbarra,1);
    for i = 1:nbarra
        for k= 1:nbarra
            P(i) = P(i) + V(i)*V(k)*(G(i,k)*cos(fase(i)-fase(k))+ ...
                B(i,k)*sin(fase(i)-fase(k))); %Potência ativa
            Q(i) = Q(i) + V(i)*V(k)*(G(i,k)*sin(fase(i)-fase(k))- ...
                B(i,k)*cos(fase(i)-fase(k))); % Potência reativa
        end
    end
    % Vetor de Resíduo
    dPa = Psp-P;
    dQa = Qsp-Q;
    K=1;
    dQ = zeros(npq,1);

    for i = 1:nbarra
        if tipo(i) ==3
            dQ(k,1) = dQa(i);
            k=k+1;
        end
    end

    dP=dPa (2:nbarra);
    M= [dP; dQ(5); dQ(6)];

    % Submatrizes da Matriz jacobiana
    % Submatrizes J1:
    J1 = zeros (nbarra-1,nbarra-1);
    for i= 1: (nbarra-1)
        m=i+1;

```

```

for k= 1:(nbarra-1)
    n=k+1;
    if n == m
        for n =1:nbarra
            J1(i,k) = J1(i,k) + V(m)*V(n)*(-G(m,n)*sin(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
        end
        J1(i,k) = J1(i,k) - V(m)^2*B(m,m);
    else
        J1(i,k) = V(m)* V(n)* (G(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)) - ...
            B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
    end
end
end

% Submatrizes J2:
J2 = zeros(nbarra-1,npq);
for i = 1:(nbarra-1)
    m=i+1;
    for k = 1:npq
        n = pq(k);
        if n == m
            for n= 1:nbarra
                J2(i,k) = J2(i,k) + V(n)* (G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
            end
            J2(i,k) = J2(i,k) + V(m)*G(m,m);
        else
            J2(i,k) = V(m)* (G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+B(m,n)*sin(fase(m)- ...
                fase(n)));
        end
    end
end

% Submatriz Jacobiana J3
J3 = zeros(npq,nbarra-1);
for i=1:npq
    m = pq(i);
    for k =1:(nbarra-1)
        n=k+1;
        if n==m
            for n=1:nbarra
                J3(i,k) = J3(i,k) +V(m)*V(n)* (G(m,n)*cos(fase(m)-
fase(n))+ ...
                    B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
            end
            J3(i,k)=J3(i,k)-V(m)^2*G(m,m);
        else
            J3(i,k) = V(m)*V(n)* (-G(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)) - ...
                B(m,n)*sin(fase(m)-fase(n)));
        end
    end
end

% Submatriz J4:
J4 = zeros(npq,npq);
for i=1:npq

```

```

        m= pq(i);
        for k=1:npq
            n = pq(k);
            if n==m
                for n=1:nbarra
                    J4(i,k) = J4(i,k) +V(n)*(G(m,n)*sin(fase(m)-
fase(n))- ...
                    B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
                end
                J4(i,k) = J4(i,k) - V(m)*B(m,m);
            else
                J4(i,k) =V(m)*(G(m,n)*sin(fase(m)-fase(n))-
B(m,n)*cos(fase(m)-fase(n)));
            end
        end
    end
    % Determinação da Matriz Jacobiana:
    Jacobiano = [J1 J2;J3 J4];
    X=inv(Jacobiano)*M;

    % Modificação do ângulo e do módulo da tensão:
    dAV = X(1:nbarra-1);
    dMV = X(nbarra:end);

    % Atualização das variáveis
    fase(2:nbarra) = dAV +fase(2:nbarra);
    k=1;
    for i=2:nbarra;
        if tipo(i) == 3
            V(i) = dMV(k) + V(i);
            k = k+1;
        end
    end

    iteracao = iteracao +1;
    erro = max(abs(M));
end

% Cálculo da tensão nos barramentos
Vm = V.*cos(fase) + li*V.*sin(fase);

% Cálculo da potência gerada
for npv=1:pv
    Pger=P(pv);
end

% Cálculo da potência consumida
for npq=1:pq
    Pcons=P(pq);
end

% Resultados
% fprintf('Número de iterações realizadas: %d \n\n', iteracao);
V4(count_loop)=abs(Vm(4));
V5(count_loop)=abs(Vm(5));

```

```

#####
#####
%
%          TESTANDO Active Set
#####
#####

f = [1 1 1 1 1]; %função objetivo

%vetor com os limites inferiores de tensão ( todos = 0.95 )
%lb = 0.95*ones(5,1) - abs(Vm);
lb = 0.95*ones(5,1);

%vetor com os limites superiores de tensão ( todos = 1.05 )
%ub = 1.05*ones(5,1) - abs(Vm);
ub = 1.05*ones(5,1);

X_imp = imag(inv(Ybarra));

I = linprog(f,X_imp,ub,[],[],lb,ub);
%imprimir em tela
I

end

% Gráfico 1.0 - Curva da Tensão em função da Potência Ativa (18<P<0,2):
figure(1)
plot (P4,V4,'-r*', P5,V5,'-b*', 'linewidth',2.5)
axis([min(P5) max(P5) 0 1.2]);
%plot( P,V4,'-r*', 'linewidth', 2.5)
xlabel ( '\bfPotência Ativa P (pu) ')
ylabel ('\bfTensão (pu) ')
title ('\bfCurva da Tensão em função da Potência Ativa ')
legend ('Barramento 4','Barramento 5 ')
grid on;

% Gráfico 2.0 - Curva da Tensão em função da Potência Reativa (9<Q<0,1):
figure(2)
plot (Q4,V4,'-r*', Q5, V5,'-b*', 'linewidth', 2.5)
axis([min(Q4) max(Q4) 0 1.2 ]);
xlabel ('\bfPotência Reativa Q (pu)')
ylabel ('\bfTensão (pu)')
title ('\bfCurva da Tensão em função da Potência Reativa')
legend ('Barramento 4','Barramento 5 ')
grid on;

```

Com esse método de Otimização de programação linear é possível encontrar os valores de níveis de tensão, dentro e fora da faixa adequada de tensão. Abaixo os resultados dos gráficos de tensão.

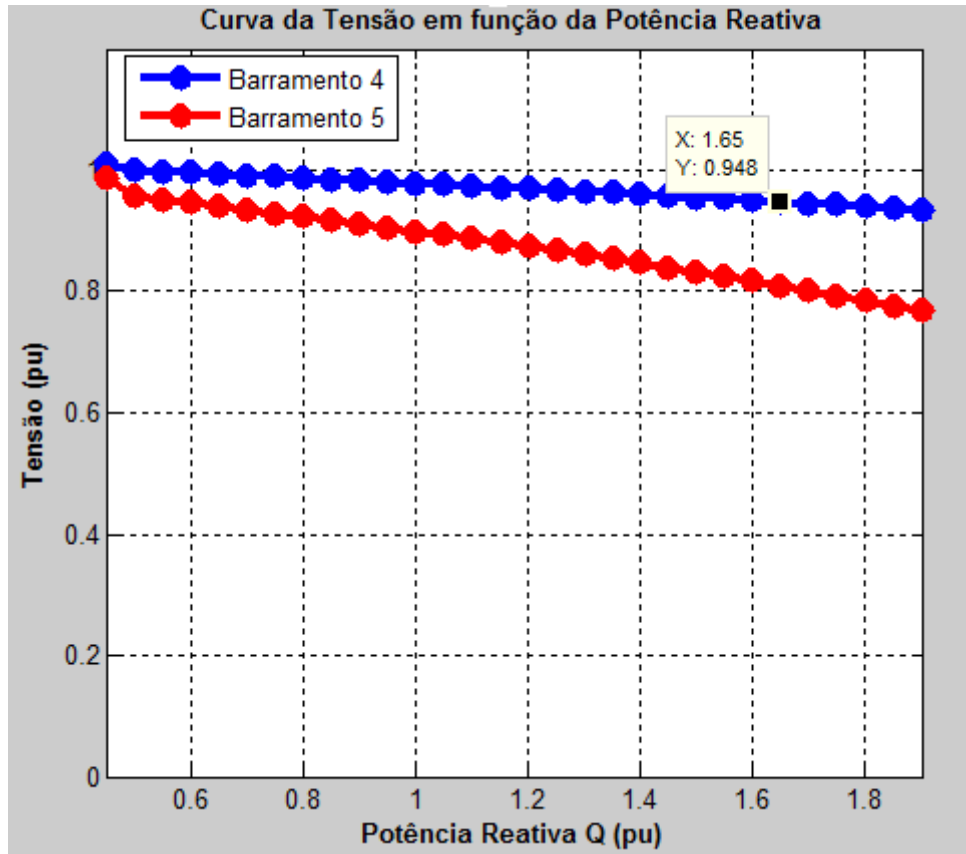


Figura 1. Gráfico de Potência Reativa barramento 4 (do autor).

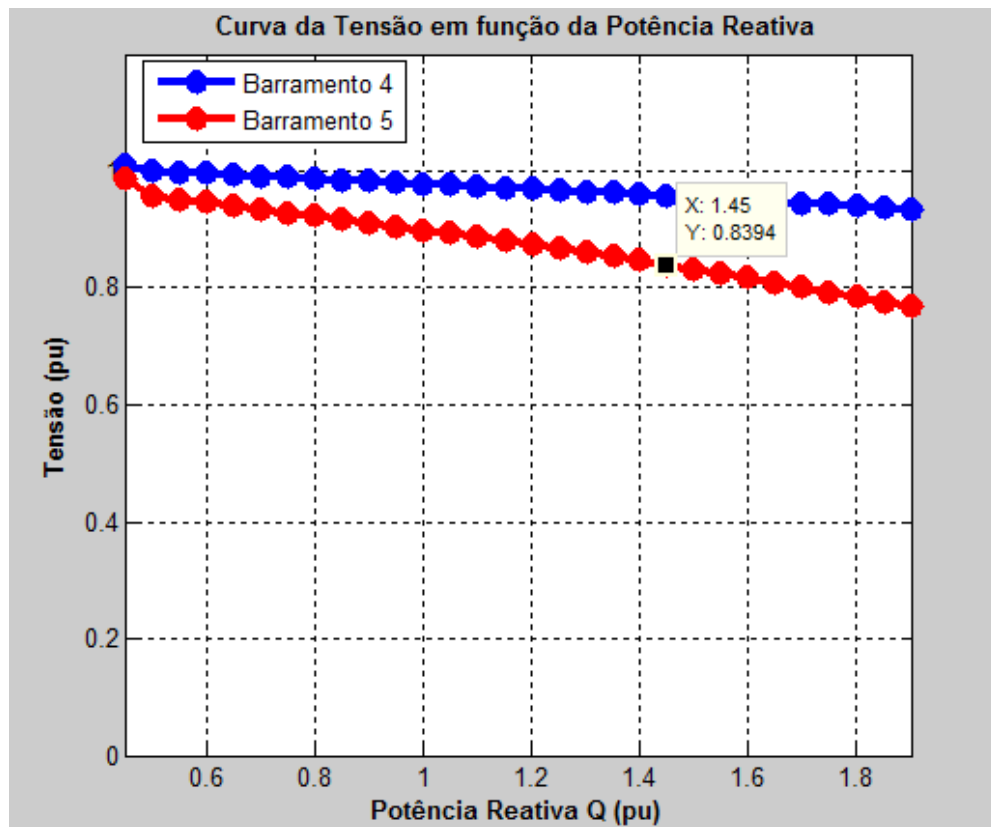


Figura 2. Gráfico de Potência Reativa barramento 5 (do autor).



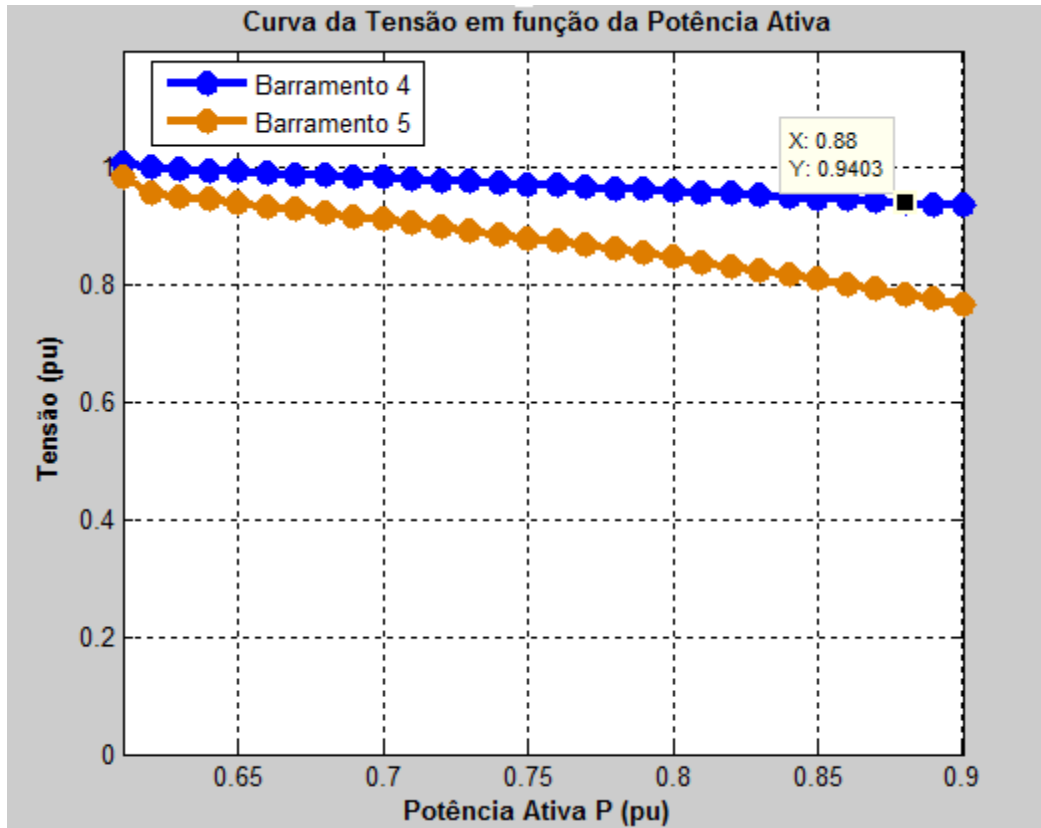


Figura 3. Gráfico de Potência Ativa no barramento 4(do autor).

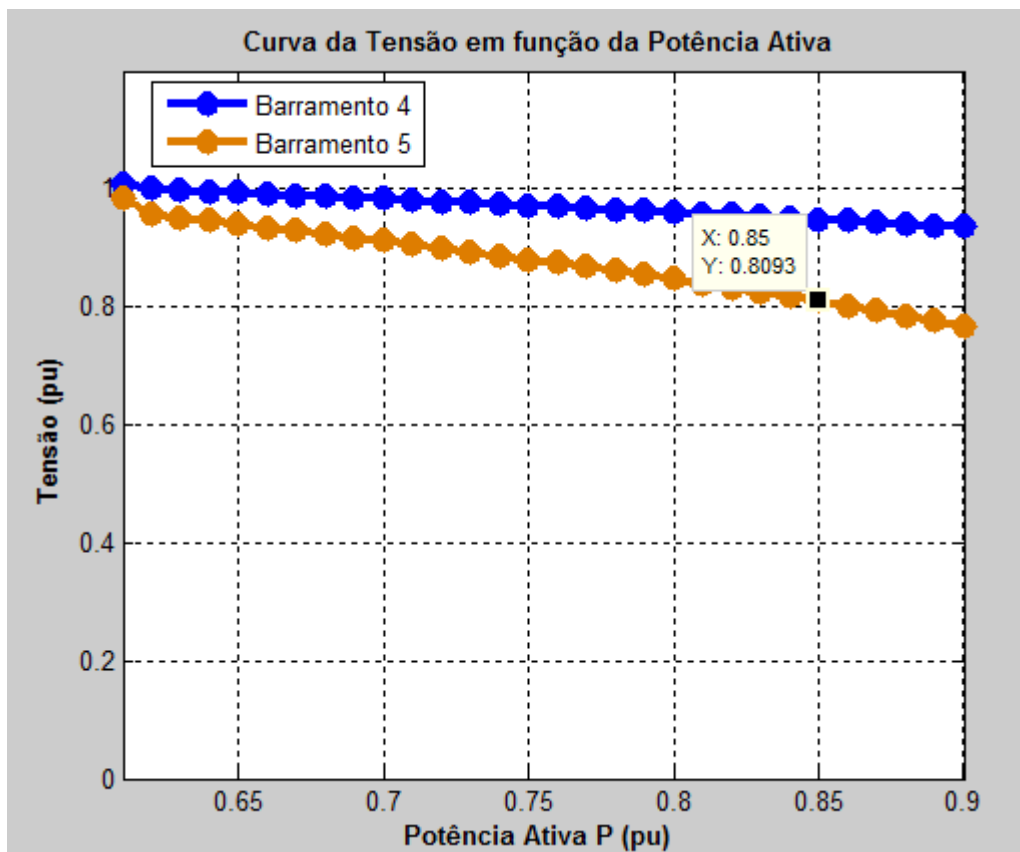


Figura 4. Gráfico de Potência Ativa no barramento 5(do autor).

Com os gráficos é possível observar que a programação linear é o melhor método de alocação de banco de capacitores, pois permite utilizar de diversas fontes de cálculo de otimização, onde todos possuem o mesmo resultado, apresentando esse método como um método ótimo.